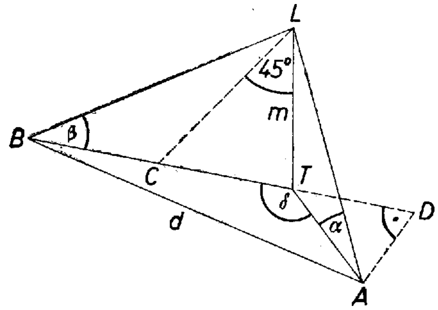
I. megoldás. Legyen a léggömb L, merőleges vetülete a vízszintes talajon (talppontja) T; a megfigyelők A és B; a léggömb emelkedési szöge az A pontból $\alpha = 45^\circ$, a B pontból $\beta = 22{,}5^\circ$, a két megfigyelő távolsága $AB = d = 1600$ m, a TA déli és TB északnyugati irányok hajlásszöge $\delta = 135^\circ$ (1. ábra).



1. ábra

– Az ATL derékszögű háromszög egyenlő szárú, mert $\alpha = 45^\circ$, tehát AT egyenlő a keresett TL magassággal – jelöljük ezt röviden m-mel. Húzzunk a BTL háromszög L csúcsából LT-vel 45°-ot bezáró egyenest. Mivel $BLT\sphericalangle = 90^\circ - LBT\sphericalangle = 67{,}5 > > 45^\circ$, azért egyenesünk a BT szakaszt metszi egy C pontban. $TC = TL = m$ és $BLC\sphericalangle = BLT\sphericalangle - 45^\circ = 22{,}5^\circ = TBL\sphericalangle = CBL\sphericalangle$, vagyis a BCL háromszög egyenlő szárú: $BC = CL = m\sqrt{2}$.

Jelöljük az A pont merőleges vetületét a BT egyenesen D-vel. Ekkor az ADT derékszögű háromszög is egyenlő szárú, mert T-nél levő szöge $ATD\sphericalangle = 180^\circ - ATB\sphericalangle = 45^\circ$, s így $AD = DT = m/\sqrt{2}$.

Az ABD derékszögű háromszög átfogójának hossza adott: $d = 1600$ m, befogóit pedig sikerült kifejezni a keresett m magassággal: $AD = m/\sqrt{2}$, $BD = BC + CT + TD = m\sqrt{2} + m + m/\sqrt{2}$. Így Pythagorász tétele szerint

$$AD^2 + DB^2 = \left(\frac{m}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(m\sqrt{2} + m + \frac{m}{\sqrt{2}}\right)^2 = AB^2 = 1600^2.$$

Innen

$$m^2\left(\frac{1}{2} + 2 + 2\sqrt{2} + 1 + 2 + \sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = m^2 3\sqrt{2}(\sqrt{2}+1) = 1600^2,$$

vagyis

$$m = \frac{1600}{\sqrt{3\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}} = \frac{1600\sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{3\sqrt{2}}} = \frac{800}{3}\sqrt{\sqrt{8}(\sqrt{2}-1)\cdot 3} = \frac{800}{3}\sqrt{12-\sqrt{72}} \approx 500 \text{ m}$$

(méterre kerekítve).

II. megoldás. A feladatot általánosan, a talpponton átmenő vízszintes síkban tetszőleges helyzetű A és B megfigyelők és tetszőleges hegyes α és β emelkedési szögek esetére oldjuk meg.

Az ATL, BTL derékszögű háromszögből $AT = m \operatorname{ctg}\alpha$, $BT = m \operatorname{ctg}\beta$, és így az ATB háromszögből a koszinusz-tétel alapján

$$\begin{aligned} d^2 &= m^2\operatorname{ctg}^2\alpha + m^2\operatorname{ctg}^2\beta - 2m^2 \operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta \cos\delta = \\ &= m^2(\operatorname{ctg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\beta - 2\operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta \cos\delta), \end{aligned}$$

és innen

$$m = \frac{d}{\sqrt{\operatorname{ctg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\beta - 2\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta\cos\delta}}.$$

(Ha ABT valóságos háromszög, akkor a négyzetgyök alatt álló kifejezés pozitív, mert a koszinusz-tétel érvényes.)

A $d = 1600$ m, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 22{,}5^\circ$, $\delta = 135^\circ$ adatokkal $m \approx 500$ m.