I. megoldás: A 7 nevezőjű törtek sorozata (a-t és b-t is közéjük sorolva)

$$\frac{7a}{7},\ \frac{7a+1}{7},\ \frac{7a+2}{7},\ \ldots,\ \frac{7b-1}{7},\ \frac{7b}{7}. \tag{1}$$

Azonban e, sorozat tagjai közül

$$\frac{7a}{7},\ \frac{7a+7}{7},\ \ldots,\ \frac{7b}{7}$$

egyszerűsíthető törtek, s a következő alakban írhatók

$$a,\ a+1,\ \ldots,\ b. \tag{2}$$

Az a és b közé eső, 7 nevezőjű, nem egyszerűsíthető törtek összegét az (1) és (2) számsorozatok összegének különbsége adja.

Az (1) sorozat olyan számtani sorozat, amelynek első tagja a, különbsége $\frac{1}{7}$ utolsó tagja b. Ezekből az adatokból a tagok számát az n-edik tag ismert képlete felhasználásával nyerhetjük:

$$b = a + (n-1)\frac{1}{7}, \qquad \text{ahonnan} \qquad n = 7b - 7a + 1.$$

Így az (1) sorozat összege az összegképlet alapján:

$$S' = \frac{(7b-7a+1)(b+a)}{2}.$$

A (2) sorozat az a-val kezdődő és b-vel végződő természetes számok sorozata, ezért összegére közvetlenül adódik

$$s = \frac{(b-a+1)(b+a)}{2}.$$

Tehát a keresett tulajdonságú törtek összege

$$S = S' - s = \frac{(b+a)(7b-7a+1-b+a-1)}{2} = \frac{(b+a)(6b-6a)}{2} = 3(b^2-a^2).$$

II. megoldás: a és $a+1$ közé eső, 7 nevezőjű, 6 törtszám összege

$$\left(a+\frac{1}{7}\right) + \left(a+\frac{2}{7}\right) + \ldots + \left(a+\frac{6}{7}\right) = 6a + \frac{21}{7} = 6a+3.$$

Minden következő számközben a törtszámok egy-egy egységgel nőnek, tehát a 6 törtszám összege 6-tal nő.

Az a és b közé eső, 7 nevezőjű, nem egyszerűsíthető törtek összege ezért olyan számtani sorozat összege, amelynek első tagja $6a+3$, különbsége 6, tagjainak száma $b-a$.

Tehát az összegképlet alapján nyerjük

$$S = \frac{b-a}{2}\Big[2(6a+3) + (b-a-1)6\Big] = (b-a)(6a+3+3b-3a-3) =$$
$$= (b-a)(3a+3b) = 3(b^2-a^2).$$

III. megoldás: A számításba jövő, nem egyszerűsíthető törtek ugyan nem alkotnak számtani sorozatot, de összegüket először a tagok növekedő, azután fogyó sorrendjében egymás alá írva:

$$S = \left(a+\frac{1}{7}\right) + \left(a+\frac{2}{7}\right) + \ldots + \left(a+\frac{6}{7}\right) + \left(a+\frac{8}{7}\right) + \ldots + \left(b-\frac{2}{7}\right) + \left(b-\frac{1}{7}\right),$$
$$S = \left(b-\frac{1}{7}\right) + \left(b-\frac{2}{7}\right) + \ldots + \left(b-\frac{6}{7}\right) + \left(b-\frac{8}{7}\right) + \ldots + \left(a+\frac{2}{7}\right) + \left(a+\frac{1}{7}\right).$$

Az egymás alatt álló tagok összege mindig $b+a$, és két szomszédos egész szám között 6 ilyen tagpár van. Így nyerjük, hogy

$$2S = (b-a)\cdot 6\cdot (b+a) = 6(b^2-a^2), \qquad \text{vagyis} \qquad S = 3(b^2-a^2).$$