

I. megoldás: Legyen az adott munka egységnyi. Tegyük fel, hogy a munkát

A x óra alatt végezné el, tehát 1 óra alatt $\frac{1}{x}$ munkát teljesít,

B y óra alatt végezné el, tehát 1 óra alatt $\frac{1}{y}$ munkát teljesít.

Együttesen tehát 1 óra alatt $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$ munkát teljesítenek, az egész munkát tehát 1: $\frac{x+y}{xy} = \frac{xy}{x+y}$ óra alatt végeznék el együttesen.

A $\frac{2}{3}y$ óráig dolgozott, és ezalatt $\frac{2y}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{2y}{3x}$ munkát végzett el, és B -re hagyott $1 - \frac{2y}{3x} = \frac{3x-2y}{3x}$ munkát.

Ha együttesen dolgoztak volna, A $\frac{xy}{x+y}$ óra alatt $\frac{xy}{x+y} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y}{x+y}$ munkát teljesített volna és ez a feladat szerint fele az A által ténylegesen B -re hagyott munkának, vagyis

$$(1) \quad \frac{2y}{x+y} = \frac{3x-2y}{3x}.$$

B a reáhagyott munkát $y \cdot \frac{3x-2y}{3x} = \frac{3xy-2y^2}{3x}$ óra alatt végezte el. A feladat szerint A és B egymás utáni munkaidejének összege 2 órával haladja meg azt a munkaidőt, amely alatt együttesen végeznék el a munkát. Tehát

$$(2) \quad \frac{2y}{3} + \frac{3xy-2y^2}{3x} = \frac{xy}{x+y} + 2$$

(1)-et rendezve

$$3x^2 - 5xy - 2y^2 = 0.$$

Ezt az egyenletet x -re megoldva nyerjük (az $x = -\frac{y}{3}$ gyöktől, mint értelmetlentől, eltekintve), hogy

$$x = 2y.$$

(Természetesen ugyanazt kapjuk y^2 -tel való osztás után, az $\frac{x}{y}$ -ra adódó másodfokú egyenletből is.)

x ezen értékét (2)-be helyettesítve

$$\frac{4y}{3} = \frac{2y}{3} + 2,$$

amiből $y = 3$, és így $x = 2y = 6$.

Tehát A 6, B 3 óra alatt végezné el a munkát egyedül.

II. megoldás: Alább adunk egy megoldást, amelyben az (1) egyenletben csak egy ismeretlen fordul elő, a (2) egyenletet pedig következtetés pótolja.

A szövegben szereplő második kapcsolat nem tartalmaz abszolút adatokat, csak annak arányára vonatkozik, ahogyan A és B osztozik a végzett munkában, így várható, hogy ez az arány meg is határozható belőle. Tegyük fel, hogy egyenlő idő alatt B λ -szor annyi munkát végez el mint A . Ekkor együtt dolgozva az egész munka 1 : λ arányban oszlik meg A és B közt, tehát A az egész munka $\frac{1}{1+\lambda}$ -ad részét végzi el, B a $\frac{\lambda}{1+\lambda}$ -ad részét. Valójában A annyi ideig dolgozott, amennyi alatt B az egész munka $\frac{2}{3}$ -át végezné el. Mivel ő B munkájának az $\frac{1}{\lambda}$ -szorosát végzi el, így az egész munkának $\frac{2}{3\lambda}$ -ad részét végezte el ténylegesen s így $1 - \frac{2}{3\lambda}$ -nyi részét hagyta B -re. A szöveg szerint ez kétszerese annak a munkának, ami B -vel együtt dolgozva A -ra jutott volna, tehát

$$1 - \frac{2}{3\lambda} = \frac{2}{1+\lambda}, \quad (3\lambda - 2)(1 + \lambda) = 6\lambda, \quad 3\lambda^2 - 5\lambda - 2 = 0.$$

A negatív gyököt, mint értelmetlent elhagyva, innen $\lambda = 2$. Ez azt jelenti, hogy együtt dolgozva A a munka $\frac{1}{3}$ -át, B a $\frac{2}{3}$ -át végezné el. Ha tehát A $\frac{2}{3}$ -annyi ideig dolgozott, mint amennyi idő alatt B az egész munkát elvégezné, akkor egyszeresmind annyi ideig dolgozott, amennyi idő alatt együttesen elvégezték volna a munkát és ezalatt a munka $\frac{1}{3}$ részét végezte el. Így B a szöveg első részéből következően 2 órát dolgozott és a munka $\frac{2}{3}$ részét végezte el, tehát 3 óra alatt végezné el az egész munkát. Mivel pedig B kétszer annyi munkát végez, mint amennyit A ugyanezen idő alatt végezne, így A 6 óra alatt készülne el az egész munkával.