I. megoldás: Jelöljük a keresett szorzatot P_n-nel.

$$P_n = a_1 a_2 \dots a_n = a_1 \cdot a_1 q \cdot a_1 q^2 \dots a_1 q^{n-1} = a_1^n \cdot q^{1+2+\ldots+(n-1)}.$$

A q kitevőjében levő számtani sorozat összege $\dfrac{(n-1)n}{2}$, és így

(1) $$P_n = a_1^n q^{\frac{(n-1)n}{2}} = a_1^n \left(q^{n-1}\right)^{\frac{n}{2}}.$$

Mivel $a_1 q^{n-1} = a_n$, azért

$$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_1},$$

mely értéket (1)-be helyettesítve

$$P_n = a_1^n \frac{a_n^{\frac{n}{2}}}{a_1^{\frac{n}{2}}} = a_1^{\frac{n}{2}} a_n^{\frac{n}{2}} = (a_1 a_n)^{\frac{n}{2}}.$$

Megjegyzés: Az (1) alatti kifejezés a következőképpen is átalakítható

$$a_1^n (q^{n-1})^{\frac{n}{2}} = (a_1^2 q^{n-1})^{\frac{n}{2}} = (a_1 \cdot a_1 q^{n-1})^{\frac{n}{2}} = (a_1 a_n)^{\frac{n}{2}}.$$

II. megoldás:

(1) $$P_n = a_1 \cdot a_1 q \cdot a_1 q^2 \dots a_1 q^{k-1} \dots a_1 q^{n-1}$$

a mértani sorozat tagjait mint tényezőket a_n-től kezdve fordított sorrendbe írva

(2) $$P_n = a_n \cdot \frac{a_n}{q} \cdot \frac{a_n}{q^2} \dots \frac{a_n}{q^{k-1}} \dots \frac{a_n}{q^{n-1}}.$$

(1) és (2) szorzata úgy képezhető, hogy az egymás alatt álló tényezőket páronként összeszorozzuk. Tehát

$$P_n^2 = (a_1 a_n)(a_1 a_n) \dots (a_1 a_n) \dots (a_1 a_n) = (a_1 a_n)^n,$$

amiből

$$P_n = \sqrt{(a_1 a_n)^n} = (a_1 a_n)^{\frac{n}{2}}$$