I. megoldás: Az első egyenletből

$$y(x+1)+x+5=0.$$

Itt x nem lehet -1, így y-t kifejezhetjük:

$$y=-\frac{x+5}{x+1}.$$

Ezt a második egyenletbe helyettesítve és rendezve az

$$x^4+5x^3-11x^2-37x-6=0$$

egyenlethez jutunk. Vizsgáljuk meg, hogy van-e ennek racionális gyöke. Tudjuk, hogy ha van ilyen megoldás, akkor annak számlálója az állandó tagnak, -6-nak, nevezője pedig a legmagasabb fokú tag együtthatójának, tehát esetünkben 1-nek osztója. Így csak az $x=\pm1$, ±2, ±3 és ±6 értékek jöhetnek számításba. Kipróbálva azt találjuk, hogy -2 és 3 valóban gyök is. Így az egyenlet baloldalából kiemelhetőnek kell lennie az ezekhez tartozó gyöktényezők szorzatának, az

$$(x+2)(x-3)=x^2-x-6$$

polinomnak és valóban negyedfokú egyenletünk baloldala így írható:

$$(x^2-x-6)(x^2+6x+1).$$

Így a már megtalált gyökökön kívül gyökei még az egyenletnek az

$$x^2+6x+1=0$$

egyenlet gyökei. Az összes gyökök tehát

$$x_1=-2,\quad x_2=3,\quad x_3=-3+2\sqrt{2},\quad x_4=-3-2\sqrt{2}.$$

és a megfelelő y-értékek:

$$y_1=3,\quad y_2=-2,\quad y_3=-3-2\sqrt{2},\quad y_4=-3+2\sqrt{2}.$$

Kimutatás az 1953. évi Rákosi Mátyás matematikai verseny I. fordulójáról megyék és iskolafajok szerint

Megyék és Budapest	Beadott dolgozatok			Döntőbe került		
	Gimnázium	Ip. techn.	Összesen	Gimnázium	Ip. Techn.	Összesen
1. Baranya	93	39	132	7	–	7
2. Bács-Kiskún	91	4	95	4	–	4
3. Békés	147	19	166	10	2	12
4. Borsód	142	42	184	4	4	8
5. Csongrád	94	61	155	8	4	12
6. Fejér	27	13	40	2	–	2
7. Győr-Sopron	107	19	126	18	–	18
8. Hajdu-Bihar	100	25	125	4	1	5
9. Heves	29	10	39	4	–	4
10. Komárom	100	26	126	9	–	9
11. Nógrád	25	12	37	3	–	3
12. Pest	68	2	70	3	–	3
13. Somogy	23	6	29	4	–	4
14. Szabolcs–Szatmár	68	16	84	2	–	2
15. Szolnok	106	5	111	5	1	6
16. Tolna	83	–	83	–	–	–
17. Vas	118	3	121	2	–	2
18. Veszprém	100	5	105	9	–	9
19. Zala	28	6	34	3	–	3
20. Budapest	1011	70	1081	64	12	76
Összesen	2560	383	2943	165	24	189

II. megoldás: A második egyenlet így írható

$$xy(x+y)+6=0$$

és vegyük észre, hogy az $u=x+y$ és $v=xy$ kifejezések összege és szorzata van megadva:

$$u+v=-5, \qquad uv=-6.$$

u és v tehát a

$$t^2+5t-6=0$$

egyenlet két gyöke, vagyis

$$u_1=\frac{-5+7}{2}=1, \qquad v_1=\frac{-5-7}{2}=-6,$$

vagy fordítva

$$u_2=-6, \qquad v_2=1.$$

Mivel ezek jelentése $x+y$, ill. xy, tehát x és y a

$$z^2-z-6=0$$

és a

$$z^2+6z+1=0$$

egyenlet két gyöke lehet. Az első egyenletből

$$x_1 = 3, \qquad y_1 = -2; \qquad\qquad x_2 = -2, \qquad y_2 = 3.$$

A második egyenletből

$$x_3 = -3 + 2\sqrt{2}, \qquad y_3 = -3 - 2\sqrt{2};$$
$$x_4 = -3 - 2\sqrt{2}, \qquad y_4 = -3 + 2\sqrt{2}.$$