

**I. megoldás:** Jelöljük a keresett  $BC$  távolságot  $x$ -szel és legyen a személy-, teher- és gyorsvonat sebessége rendre  $c_1$ ,  $c_2$ , ill.  $c_3$  km/perc. A diák megfigyelése szerint

$$(1) \quad \frac{5}{c_1} + \frac{5}{c_2} = 15,$$

$$(2) \quad \frac{5}{c_2} + \frac{5}{c_3} = 11.$$

A  $BC = x$  távolságot a személyvonat  $\frac{x}{c_1}$  perc alatt teszi meg és ez alatt a tehervonat  $\frac{10}{c_2}$  percig van úton  $B$ -től  $A$ -ig, és *utána* a gyors  $\frac{10+x}{c_3}$  percig  $A$ -tól  $C$ -ig, tehát

$$(3) \quad \frac{x}{c_1} = \frac{10}{c_2} + \frac{10+x}{c_3}.$$

Tehát 3 egyenletünk van 4 ismeretlennel, vagyis nem határozhatók meg mind az ismeretlenek, de jelen esetben  $x$  meghatározható, csak  $c_1$ ,  $c_2$  és  $c_3$  marad határozatlan.

(1)-ből (2)-t kivonva

$$(4) \quad \frac{5}{c_1} - \frac{5}{c_3} = 4, \text{ amiből } \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_3} = \frac{4}{5}.$$

(2)-ből

$$(5) \quad \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} = \frac{11}{5},$$

(3)-ból

$$\frac{x}{c_1} - \frac{x}{c_3} = \frac{10}{c_2} + \frac{10}{c_3},$$

vagyis

$$x \left( \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_3} \right) = 10 \left( \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} \right).$$

(4) és (5) figyelembevételével

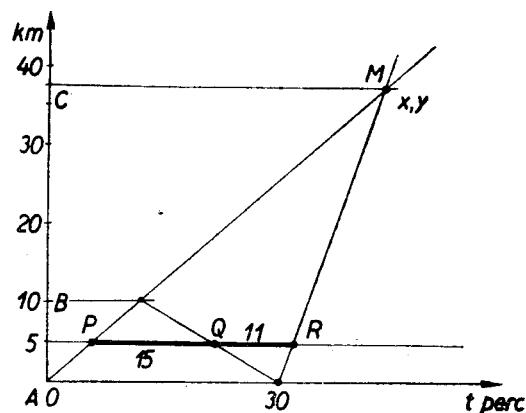
$$\frac{4}{5}x = 10 \cdot \frac{11}{5},$$

amiből

$$x = \frac{110}{4} = 27,5 \text{ km.}$$

**II. megoldás:** A diák megfigyelése szerint a személyvonat és a tehervonat egymásután  $5 - 5$  km-t tesz meg összesen 15 perc alatt, míg a tehervonat és gyorsvonat ugyancsak  $5 - 5$  km-t tesz meg egymásután összesen 11 perc alatt. Ebből következik, hogy a gyorsvonat 5 km-t 4 perccel rövidebb idő alatt tesz meg mint a személyvonat. A gyorsvonat az  $AB$  távolság  $F$  felező pontján  $15 + 11 = 26$  perccel a személyvonat után halad át. Mivel 5 km-ként hoz be 4 perc időhátrányt, azért 26 perc időhátrányt  $6,5 \cdot 5$  km = 32,5 km után hoz be. Tehát  $FC = 32,5$  km és így  $BC = FC - FB = 32,5 - 5 = 27,5$  km.

**III. megoldás:** Ábrázoljuk grafikusán a vonatok menetét. Először tüntessük fel az  $A$  pontból 0 perckor kiinduló személyvonat megtett km-eit, mint a  $t$  percek függvényét, tetszőleges sebesség mellett vagyis az  $AP$  egyenest *tetszőleges* szög alatt húzhatjuk (l. ábrát).



10 km megtévése után  $B$ -ből indul vissza a tehervonat  $A$ -ba ismét (bizonyos mértékig) *tetszőleges* sebességgel. A tehervonat 15 perccel a személyvonat után ér az 5 km-hez, tehát ábránkon  $PQ = 15$  perc, amiből következik, hogy a tehervonat  $A$ -ba 30 perccel a személynek (0 perckor történt) indulása után érkezik. (Ábránkról geometriailag leolvasható. Mivel a gyorsvonat sebességének pozitívnak és felülről korlátosnak kell lennie, azért a tehervonat sebessége sem *egészen* tetszőleges. Ha a gyorsvonat részére óránkénti 150 km-es sebességet veszünk felső határnak, akkor 5 km megtévése a gyorsnak legalább 2 percre, a személynek pedig legalább  $2 + 4 = 6$  percre van szüksége, tehát az  $5P$  távolság  $\geq 6$  perc. Ebből következik, hogy  $PQ = 15$  perc távolság *legfeljebb* az  $5P$  távolság 2,5-szerese.)

A gyorsvonat a 30-ik percben indul el, de ennek sebessége már meg van határozva az előbbi két tetszőlegesen felvett sebesség által, mert 11 perccel a tehervonat után kell az 5 km-hez érnie. Tehát  $QR = 11$  perc, vagyis az  $R$  pont meg van határozva és így a gyorsvonat menetét feltüntető egyenes is meg van határozva. Ez utóbbinak a személyvonat menetét feltüntető egyenessel való metszéspontja  $M(x, y)$ .  $M$ -nek  $y$  ordinátája, mely km-eket jelent, ábránkról leolvasható, de könnyen pontosan ki is számítható ábránkból

$$y : (y - 5) = MA : MP = 30 : 26,$$

miből

$$26y = 30y - 150,$$

$$y = 37,5 \text{ és így } BC = y - 10 = 27,5 \text{ km.}$$

Lényegében így oldotta meg a feladatot *Ádám András* (Hajdúszoboszló, Irinyi János g. IV. o. t.).