

Legyen a terv előtti év termelése T , akkor az első tervévben a termelés $T_1 = T + \frac{6}{100}T = T \cdot 1,06$ volt. A második tervévben a T_1 növekedett 8%-kal, vagyis a termelés a 2. tervévben $T_2 = T_1 \cdot 1,08 = T \cdot 1,06 \cdot 1,08$. Ezt a T_2 termelést akarják emelni 3 éven át, évente állandó $x\%$ -kal úgy, hogy az utolsó tervévben a termelés $T_5 = T_2 \left(1 + \frac{x}{100}\right)^3$ egyenlő legyen $T \cdot 1,1^5$ -nel.

Ha az egyszerűség kedvéért $1 + \frac{x}{100}$ helyett q -t írunk, akkor $T_2 q^3 = T \cdot 1,06 \cdot 1,08 \cdot q^3 = T \cdot 1,1^5$, amiből

$$q^3 = \frac{1,1^5}{1,06 \cdot 1,08},$$

vagyis

$$q = \sqrt[3]{\frac{1,1^5}{1,06 \cdot 1,08}} = 1,121$$

és így

$$x = 100(q - 1) = 12,1\%.$$

Tehát a hátralevő 3 évben a termelést évente 12,1%-kal kell emelni.

Megjegyzés: A szöveg úgy is értelmezhető, hogy az ötödik év termelése helyett, az öt évi össztermelésről van szó. Ez esetben (a T -vel való egyszerűsítés után, az

$$1,06 + 1,06 \cdot 1,08(1 + q + q^2 + q^3) = 1,1 \frac{1,1^5 - 1}{0,1} = 6,71561$$

egyenlethez jutunk, amiből

$$q^3 + q^2 + q + 1 = \frac{6,71561 - 1,06}{1,1448} = 4,94$$

A jobboldali törtet 2 tizedes pontossággal kerekítettük, tekintve, hogy az egyenletet grafikusán fogjuk megoldani, és ebből nagyobb pontosságra aligha számíthattunk.

Ha mindkét oldalt $(q - 1)$ -gyel szorozzuk, akkor

$$q^4 - 1 = 4,94q - 4,94,$$

vagyis

$$q^4 = 4,94q - 3,94.$$

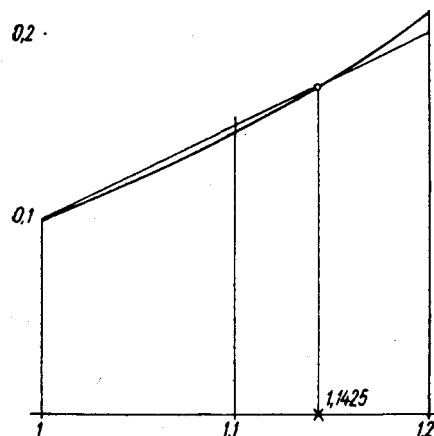
A $(q - 1)$ -gyel való szorzás folytán ennek a 4-edfokú egyenletnek – mely grafikusán könnyen megoldható – egyik gyöke 1, a többi gyökei megegyeznek az eredeti harmadfokú egyenlet gyökeivel.

A grafikus megoldás szempontjából célszerű egyenletünk mindkét oldalát 10-zel osztani:

$$0,1q^4 = 0,494q - 0,394.$$

Ábrázoljuk az $y_1 = 0,1q^4$ és $y_2 = 0,494q - 0,394$ függvényeket:

q	1	1,1	1,2
y_1	0,1	0,146	0,208
y_2	0,1	0,149	0,198



Az ábrából leolvasható, hogy az egyenes a negyedrendű görbét a $q = 1$ ponton kívül, még kb. a $q = 1,1425$ helyen metszi. (Könnyen meggyőződhetünk 4-jegyű függvénytábla segítségével, hogy $q = 1,141$ -nél a negyedfokú függvény még az egyenes alatt van, $1,144$ -nél már biztosan felette van, tehát $1,141 < q < 1,144$.)

Tehát ez esetben az utolsó tervévben 14,25%-kal kell évente emelni a termelést.