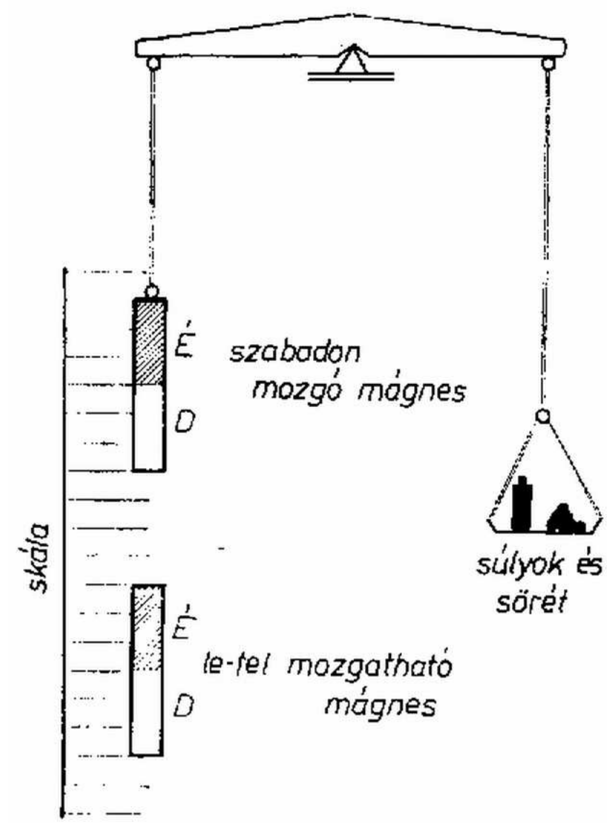
A megoldók többsége kis mágnesrudak közötti erőhatást mért úgy, hogy a rudak hossztengelye egybeesett. A feladat legnagyobb problémája az erőmérés megvalósítása volt. A legpontosabb mérési lehetőségnek a kétkarú laboratóriumi mérleggel való erőmérés bizonyult.



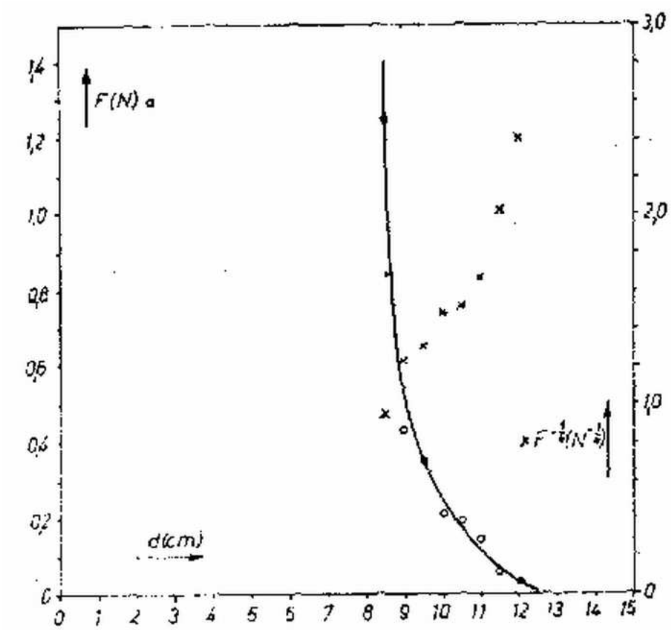
1. ábra

Ujhelyi Sándor (Eger, Gárdonyi G. Gimn., III. o. t.) mérési elrendezését mutatjuk be az 1. ábrán. A mérleget a mozgatható mágnes felszerelése előtt kiegyensúlyozta, majd felszerelte a mágnest. A két mágnesrúd közötti vonzóerő a mérleget kibillenti az egyensúlyi helyzetéből. Az egyensúly eléréséhez a serpenyőbe rakott testek súlya éppen a mágnesek közötti vonzóerővel egyenlő. A módszer hibája, hogy a mérleg egyensúlyi helyzete instabil, mert a mágnesrudak távolságától függ a mágneses vonzóerő. A problémát igen szellemesen oldotta meg *Furó István* (Nagykanizsa, Landler J. Gimn. IV. o. t.), aki a két mágnesrúd közé ismert vastagságú plexi- vagy falapot helyezett, és ennek a rendszernek a szétválasztásához szükséges súly adta meg a vonzóerő nagyságát.

A következő táblázat első két oszlopában *Polacsek Lajos* (Jászberény, Lehel Vezér Gimn. III. o. t.) mérési eredményeit tüntettük fel.

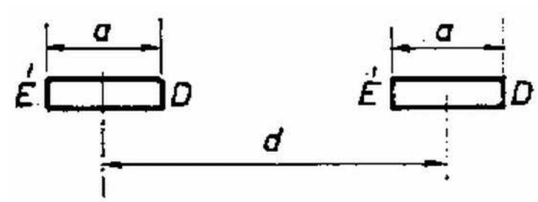
d (cm)	F (N)	$F^{-1/4}(\mathrm{N}^{-1/4})$	$\lg(d/d_0)$	$\lg(F/F_0)$
8,5	1,25	0,95	0,929	0,097
9,0	0,43	1,23	0,954	−0,366
9,5	0,35	1,30	0,978	−0,456
10,0	0,21	1,48	1,000	−0,678
10,5	0,19	1,51	1,021	−0,721
11,0	0,14	1,63	1,041	−0,854
11,5	0,06	2,02	1,061	−1,222
12,0	0,03	2,40	1,097	−1,523

Itt d a két mágnesrúd középpontjának távolsága, F pedig a mért vonzóerő. (A mágnesek középpontjai – a mágnesek nagysága miatt – nem közelíthették meg jobban egymást 8,5 cm-nél, továbbá 12 cm-nél távolabbi elhelyezéseknél a vonzóerő kisebb volt, mint a mérési érzékenység.) *Polacsek Lajos* rugós erőmérőt használt, a mérés így aránylag pontatlan volt, hibája néhány század newton. A mért vonzóerő távolságfüggését láthatjuk a 2. ábrán.



2. ábra

Kérdéses, hogy ez a függvény milyen matematikai függvénnyel közelíthető, illetve hogyan magyarázható fizikailag. Először számítsuk ki egy egyszerű modellből az erőhatást.



3. ábra

Az a hosszúságú mágnesrudakat helyezzük el egymástól d távolságra a 3. ábrán látható módon. Tegyük fel, hogy a mágneses dipólusokat a mágnesrudak végein levő ellentétes előjelű mágneses „töltések” alkotják. A Coulomb–törvény szerint a töltések közötti erőhatás fordítottan arányos a töltések távolságának négyzetével, így a két mágnesrúd közötti vonzóerő

$$F = \frac{k}{(d-a)^2} + \frac{k}{(d+a)^2} - \frac{2k}{d^2},$$

ahol a k arányossági tényező a mágneses dipólmomentum – azaz a mágneses „töltés” és a mágnesrúd a hosszának szorzata – és a mágneses Coulomb–törvényben szereplő arányossági tényező szorzata. Próbáljuk meg egyszerűbb, áttekinthetőbb alakra hozni ezt a függvényt. Közös nevezőre hozás és rendezés után kapjuk, hogy

$$F = \frac{6d^2a^2 - 2a^4}{d^6 - 2d^4a^2 + d^2a^4}.$$

A függvényt úgy egyszerűsíthetjük tovább, ha feltételezzük, hogy a mágnesek messze vannak egymástól, vagyis $a \ll d$. Ekkor képletünk nevezőjében és számlálójában is az első tag dominál, a többi elhagyható. Eredményünk

$$F = \frac{6a^2}{d^4},$$

azaz $a \ll d$ esetén az erő a távolság negyedik hatványával fordítottan arányos. A fenti táblázat mérési eredményeit ez a közelítés semmiképpen sem írhatja le, hiszen az $a \ll d$ közelítés még távolról sem érvényesül. Mégis, bemutatjuk, hogyan lehet a feltételezett d^{-4}-es távolságfüggést bizonyítani vagy megcáfolni.

Tegyük fel, hogy az erő arányos d^{-4}-nel:

$$F = Kd^{-4},$$

ahol K állandó. Az egyenletet így alakíthatjuk:

$$F^{-1/4} = \frac{d}{K^4}.$$

A táblázat harmadik oszlopában megadtuk az adatokból számított negyedik gyökök reciprokjait. $F^{-(1/4)}$-t d függvényében ábrázolva – ha feltevésünk helyes – az origón áthaladó egyenest kell kapnunk. A 2. ábrán felrajzoltuk ezt a függvényt is. Látható, hogy a mérési pontok még közelítőleg sem esnek rá az origón áthaladó egyenesre, így feltevésünk hibás.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen hatványkitevő jellemzi a mérési eredményeket. Tegyük fel, hogy a vonzóerő

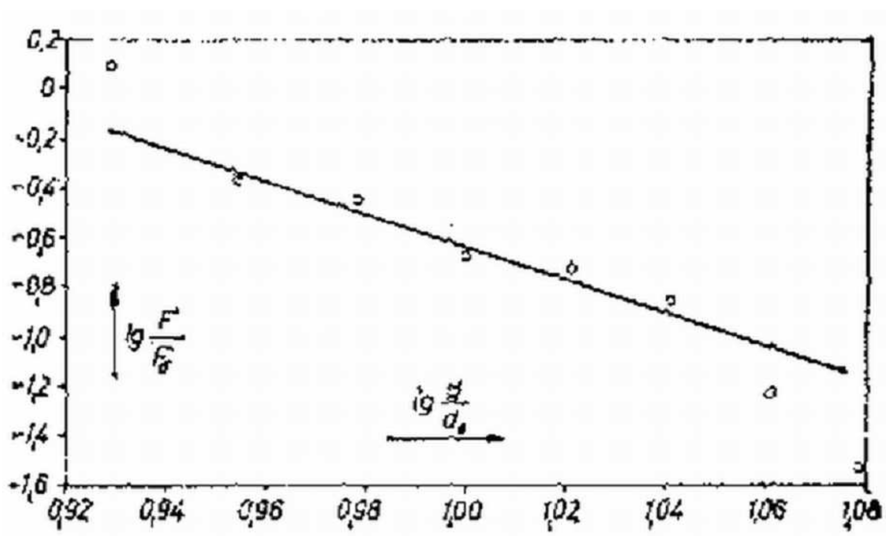
$$F = Kd^{-n}$$

függvény szerint változik a távolsággal. Legyen $F_0 = 1$ N, $d_0 = 1$ cm. Segítségükkel az egyenletet dimenziótlan tényezők szorzataként írhatjuk fel:

$$\frac{F}{F_0} = \frac{K}{F_0 d_0^n} \left(\frac{d}{d_0}\right)^{-n}.$$

Mindkét oldal logaritmusát véve

$$\lg \frac{F}{F_0} = \lg \frac{K}{F_0 d_0^n} - n \lg \frac{d}{d_0}.$$



4. ábra

Táblázatunk utolsó két oszlopa a $\lg(F/F_0)$, illetve $\lg(d/d_0)$ értékeket tünteti fel. A 4. ábrán láthatjuk a $\lg(F/F_0) - \lg(d/d_0)$ függvény képét, amely – ha feltevésünk helyes – egyenes, iránytangense pedig $-n$. A két legkisebb erőhöz tartozó pontot, melyeket az erőmérés hibája már bizonytalanná tesz, illetve a legkisebb távolsághoz tartozó pontot figyelmen kívül hagyva, a mérési pontok jó közelítéssel egyenest adnak, amelynek iránytangenséből

$$n = 6{,}6,$$

vagyis a két mágnesrúd közötti erőhatás $d^{-6,6}$-nel arányos a vizsgált távolságok esetén.