Megoldás. Azt a kicsit erősebb állítást fogjuk belátni, hogy a felhasznált színek száma vagy 1 vagy legalább 12. Feltesszük hogy legalább két és legfeljebb 11 színt használtunk, és ebből ellentmondásra fogunk jutni.

Legyen Q_1, a 101 pont egyike. Ha legföljebb 11 színt használtunk, akkor a Q_1 pontot a többi 100 ponttal összekötő 100 szakasz között van legalább 10 azonos színű, hiszen $11 \cdot 9 = 99 < 100$. Legyenek tehát a Q_1Q_2, Q_1Q_3, …, Q_1Q_{11} szakaszok azonos színűek, mondjuk pirosak. Ha $2 \leq i \leq j \leq 11$, akkor a $Q_1Q_iQ_j$ háromszög két oldala (Q_1Q_i és Q_1Q_j) piros, a feladat feltétele szerint tehát a harmadik oldal, Q_iQ_j is piros. Azt kaptuk tehát, hogy a Q_1, Q_2, …, Q_{11} pontokat összekötő összes szakasz piros.

Bővítsük most a Q_1, Q_2, …, Q_{11} ponthalmazt, ameddig lehet, úgy, hogy megtartsa ezt a tulajdonságát. Tekintsük tehát a 101 pontnak azt a legnagyobb „egyszínű piros" $\{Q_1, Q_2, \ldots, Q_l\}$ részhalmazát, amelynek bármely két pontját piros szakasz köti össze. Ennek a halmaznak, mint láttuk, legalább 11 pontja van, azaz $l \geq 11$. Másrészt $l < 101$, mert ha ebben a halmazban mind a 101 pont szerepelne, akkor a színezéshez csak 1 színt (pirosat) használtunk volna, amit kizártunk. Van tehát a 101 pont között olyan R pont, ami nincs benne ebben a halmazban. Belátjuk, hogy R-et a Q_1, Q_2, …, Q_l pontokkal összekötő szakaszok mind különbözők és egyikük sem piros.

R-et semelyik Q_j-vel nem köti össze piros él. Ha ugyanis pl. az RQ_1 szakasz piros volna, akkor $2 \leq j \leq l$-re az RQ_1Q_j háromszög két oldala (RQ_1 és Q_1Q_j) piros volna, így a harmadik oldal, RQ_j is piros volna a feltétel szerint. Vagyis ha RQ_1 piros volna, akkor az összes RQ_j piros volna, tehát az R-rel bővített $\{R, Q_1, \ldots, Q_l\}$ halmaz bármely két pontját piros szakasz köti össze. Ez azonban ellentmond annak, hogy a $\{Q_1, \ldots, Q_l\}$ halmaz maximális volt.

R-ből semelyik Q_j-be, nem megy tehát piros él. De R-ből nem indulhat két Q pontba azonos színű él. Ha ugyanis pl. RQ_1 és RQ_2 színe ugyanaz a pirostól különböző szín volna, akkor a feltétel szerint az RQ_1Q_2 háromszög harmadik oldala, Q_1Q_2 is ilyen színű volna, márpedig erről tudjuk, hogy piros.

Azt kaptuk tehát, hogy az R pontot a Q_1, …, Q_l pontokkal összekötő szakaszok mind különböző színűek és egyik sem piros. A színezésben tehát legalább $l + 1$ színt használtunk.

Láttuk, hogy $l \leq 11$, azaz a színezéshez legalább 12 színt használtunk, holott feltevésünk az volt, hogy legföljebb 11 színt használjunk. Ez az ellentmondás bizonyítja állításunkat.

Megjegyzés. Ugyanezzel a gondolatmenettel azt kapjuk, hogy ha $(l-1)^2 + 1$ pontot összekötő szakaszokat színezzük a feladat feltételének megfelelően, ehhez vagy 1 szín vagy legalább $l + 1$ szín kell. Nem ismeretes, hogy milyen l számokra pontos ez az eredmény.