

A 90 lottószámot $\binom{90}{5}$ féleképpen lehet kihúzni. Nevezzük *megfelelőnek* azokat a lottószámokat (1 és 90 közötti számokat), amelyek előállnak két négyzetszám összegeként. Ha ezek száma p , akkor $\binom{p}{5}$ féleképpen fordulhat elő, hogy mind az öt kihúzott szám megfelelő. Minthogy a klasszikus valószínűségi modell szerint feltételezzük, hogy minden lehetséges számötös kihúzásának a valószínűsége azonos, így a keresett valószínűség a megfelelő esetek és az összes lehetséges esetek számának hányadosa, azaz $\binom{p}{5} / \binom{90}{5}$. Most már csak p -t, vagyis a megfelelő esetek számát kell meghatároznunk. Az n szám akkor megfelelő, ha 1 és 90 közé esik és vagy $n = b^2$ vagy $n = a^2 + b^2$ alakú, ahol a, b egészek, és $1 \leq a \leq b \leq 9$.

$n = b^2$ alakú számból 9 megfelelő van: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

$n = 1 + b^2$, $1 \leq b \leq 9$ alakú számból 9 megfelelő van: 2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, 65, 82.

$n = 4 + b^2$, $2 \leq b \leq 9$ alakú számból 8 megfelelő van: 8, 13, 20, 29, 40, 53, 68, 85.

$n = 9 + b^2$, $3 \leq b \leq 9$ alakú számból 7 megfelelő van: 18, 25, 34, 45, 58, 73, 90.

$n = 16 + b^2$, $4 \leq b \leq 9$ alakú számból 5 megfelelő van: 32, 41, 52, 65, 80.

$n = 25 + b^2$, $5 \leq b \leq 9$ alakú számból 4 megfelelő van: 50, 61, 74, 89.

$n = 36 + b^2$, $6 \leq b \leq 9$ alakú számból 2 megfelelő van: 72, 85.

Az $n = a^2 + b^2$, $a, b \geq 7$ alakú számok közt nincs megfelelő. Ez tehát 44 szám, de közöttük négy (25, 50, 65, 85) kétszer fordul elő. Következésképp 40 különböző megfelelő szám van, azaz $p = 40$. A keresett valószínűség $\binom{40}{5} / \binom{90}{5} \approx 0,015$.

Megjegyzések. 1. Az 1957. március 7. és 1981 vége közötti 1295 húzásból 18-szor volt mind az öt nyerőszám megfelelő. A fenti eredmény alapján 1295 húzásból a várható érték az, hogy $1295 \cdot \binom{40}{5} / \binom{90}{5} \approx 19,3$ húzásnál fog ez előfordulni.

Kovács Péter

2. Ismert tétel (lásd pl. Sárközy A.: Számelmélet, Műszaki Könyvkiadó, 1976, 273. old.), hogy egy természetes szám pontosan akkor bontható két négyzetszám összegére, ha $4k - 1$ alakú prímosztói páros hatvánnyal szerepelnek a prímtényező felbontásában.