

Jelöljük ki a síkon egy  $O$  pontot és minden  $O$ -tól különböző  $P$  ponthoz rendeljük hozzá az  $OP$ -re merőleges,  $P$ -n átmenő egyenest. Ez a  $h$  hozzárendelés különböző  $P$  pontokhoz különböző  $h(P)$  egyeneseket rendel, és csak az  $O$  pontot, illetve az  $O$ -n keresztülmenő egyeneseket „hagyja ki”. Ezt a hiányosságot a következőképpen pótoljuk:

Legyen  $A$  tetszőleges,  $O$ -tól különböző pont és rendeljük  $O$ -hoz az  $OA$  egyenest. Legyen  $K_1$  az  $O$  középpontú,  $A$ -ból induló nyílt félkör,  $K_2$  legyen  $a + 60^\circ$ -kal elforgatott és kétszeresére nagyított képe. Általában  $K_{n+1}$   $n \geq 1$ -re legyen  $K_n$ -nek  $+60^\circ$ -kal elforgatott, kétszeresére nagyított képe. Ha  $P$  a  $K_1$  pontja, akkor  $P$ -hez  $OP$ -t rendeljük. Ha  $P$  a  $K_n$  pontja és  $n \geq 2$ , akkor  $P$ -hez  $K_{n-1}$ -nek azt a  $P$ -n keresztülmenő érintőjét rendeljük, amelynek  $Q$  érintési pontjára a  $PQO$  irányított szög  $+90^\circ$ . A  $K_n$ -ek definíciója biztosítja, hogy ilyen érintő  $P$ -hez van (a  $PO$  félegyenessel  $+30^\circ$ -ot bezáró  $PQ$  félegyenes). Így az  $O$ -n keresztülmenő egyenesek és a  $K_n$  félkörívek érintői, valamint  $O$  és a  $K_n$  félkörívek pontjai között kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést létesítettünk.

Ha  $P \neq O$ , és  $P$  nem pontja egyik  $K_n$ -nek sem, akkor  $P$ -hez továbbra is  $h(P)$ -t, vagyis az  $OP$ -re merőleges,  $P$ -n áthaladó egyenest rendeljük. Ha  $P$  nincsen rajta  $K_n$ -en, akkor ez a  $h(P)$  egyenes nem érintője  $K_n$ -nek, és nyilván nem megy keresztül  $O$ -n.

Most már tehát olyan hozzárendeléshez jutottunk, amely minden ponthoz rendel egyenest és különböző pontokhoz különböző egyeneseket rendel. Nyilvánvaló az is, hogy minden egyenest hozzárendelünk a sík valamely pontjához, tehát a hozzárendelés kölcsönösen egyértelmű. Végül minden ponthoz egy rajta átmenő egyenest rendeltünk.