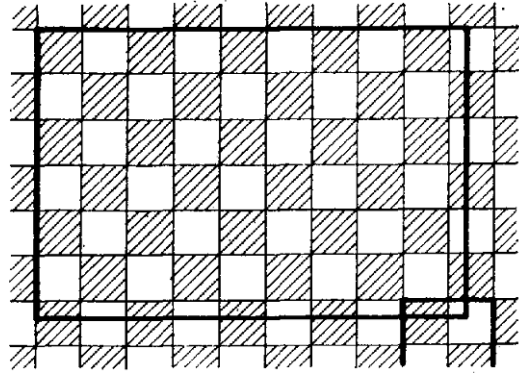


Kis téglalapokkal csak úgy lehet kitölteni egy nagyot, ha a kis téglalapok élei párhuzamosak a nagy téglalap megfelelő éleivel. Helyezzük el a „nagy” téglalapot az ábrán látható módon egy olyan sakktáblára, melyben az alappnégyzetek oldalai $1/2$ hosszúságúak. Könnyű belátni, hogy a felosztásban szereplő kis téglalapok mindegyike a sakktáblából ugyanakkora területű fehér részt fed le, mint fekete részt. (Ez abból következik, hogy minden kis téglalapnak valamelyik oldala egész.) Tehát a nagy téglalap is ugyanakkora területű fehér részt fed le, mint feketét. Így a feladat állítását is bizonyítjuk, ha megmutatjuk, hogy ez csak abban az esetben lehetséges, amikor a nagy téglalap valamelyik oldala egész.



Tegyük fel, hogy ez nem így van. Vágjuk ki a téglalap jobb alsó sarkából azt a téglalapot, melynek oldalai azok a mennyiségek, amennyivel a két oldal meghaladja a hozzá legközelebb eső egészt. A megmaradt (konkáv) hatszögben ugyanakkora területű fehér, mint fekete rész van (hiszen felbomlik két téglalapra, melyek egy-egy oldala egész), ezért ez a kivágott részben is így van. De a kivágott téglalap oldalai 0 és 1 közé esnek, ezért benne a fekete rész feltétlenül nagyobb területű. Az ellentmondás épp az állításunkat igazolja.

Megjegyzések. 1. A probléma állításának speciális esete a következő. Egy téglalap akkor és csak akkor rakható ki $1 \times k$ méretű téglalapokkal, ha mindkét oldala egész és valamelyik osztható k -val.

2. Mind az állítás, mind a bizonyítás könnyen általánosítható téglalaprakításokra is.