

Álljon  $H$  azokból a  $K$  részhalmazokból, melyekre  $K \supseteq f(K)$ . Ez a  $H$  nem üres, mert  $A$  eleme, hiszen  $A \supseteq f(A)$  biztosan teljesül. Legyen a  $H$ -beli halmazok közös része (metszete) az  $M$  halmaz. Mit tudunk az  $f(M)$ -ről?

Ha  $K$  tetszőleges  $H$ -beli halmaz, akkor  $K \supseteq M$  miatt fönnáll  $f(K) \supseteq f(M)$ . Ebből pedig  $K \supseteq f(K)$  alapján (ez volt a  $H$ -beli halmazok definiáló tulajdonága)  $K \supseteq f(M)$ . Tehát  $f(M)$ -et minden  $H$ -beli halmaz tartalmazza, így metszetük,  $M$  is:  $M \supseteq f(M)$ . Ugyanakkor  $M \supseteq f(M)$ -ből  $f(M) \supseteq f(f(M))$  következik, tehát (definíció szerint)  $f(M)$   $H$ -beli. Az  $M$  minden  $H$ -beli halmaznak része, tehát  $M \subseteq f(M)$ . Ezt az előbbi  $M \supseteq f(M)$  eredményünkkel összevetve  $M = f(M)$ , ami azt jelenti, hogy a keresett részhalmazt megtaláltuk.

*Szegedy Patrik* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)