Nem feltétlenül. Ennek bizonyításához elegendő megadnunk egy, a feltételeknek megfelelő lefedést, amely bizonyos valós számot fedetlenül hagy.

Jelöljük r_n-nel a sorozatba rendezett racionális számok közül az n-ediket, az őt lefedő $1/n$ hosszúságú nyílt intervallum bal végpontja legyen b_n, jobb végpontja j_n. Vagyis

$$j_n - b_n = \frac{1}{n} \quad \text{és} \quad b_n < r_n < j_n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots).$$

Tekintsük pl. a $\sqrt{2}$-t. Megadunk egy olyan másik lefedéssorozatot, amelyik a $\sqrt{2}$-t már nem fogja lefedni.

Ehhez csak azt kell tennünk, hogy az előbbi intervallumok közül azok helyett, amelyek $\sqrt{2}$-t is lefedik, újakat veszünk (ha ilyen intervallum nem volna, eleve készen vagyunk).

Ha

$$b_n < r_n < \sqrt{2} < j_n, \quad \text{a} \quad b_n' = \frac{r_n + \sqrt{2}}{2} - \frac{1}{n}, \quad j_n' = \frac{r_n + \sqrt{2}}{2},$$

ha

$$b_n < \sqrt{2} < r_n < j_n, \quad \text{a} \quad b_n' = \frac{r_n + \sqrt{2}}{2}, \qquad j_n' = \frac{1}{n} + \frac{r_n + \sqrt{2}}{2},$$

nyílt intervallumokat vegyük a régiek helyett. Ezek hossza $1/n$, r_n-t továbbra is lefedik, $\sqrt{2}$-t viszont nem.

Ezzel a feladat kérdésére válaszoltunk.

Kende Ágnes (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján