Megmutatjuk, hogy már 9 nyelv is kiválasztható a kívánt módon. Bármekkora is a feladatban szereplő n, és bárhogy veszünk is ki $(n+1)$-et a szóban forgó nyelvek közül, biztosan mindenki beszéli ezek valamelyikét, hiszen a választottakon kívül n-nél kevesebb nyelv van, és mindenki n nyelvet beszél. Az $n < 9$ esetben ebből már következik állításunk, hiszen veszünk $(n+1)$-et a szóban forgó nyelvek közül, és ha ez kisebb 9-nél, hozzájuk veszünk tetszés szerint $(8-n)$ nyelvet.

Ha $n \geq 9$, tekintsük a $2n$ nyelvből kiválasztható 9 elemű részhalmazokat. Nevezzük ezeket blokkoknak, a számuk $\binom{2n}{9}$. Mondjuk azt, hogy egy dolgozó elront egy blokkot, ha a benne szereplő nyelvek egyikét sem beszéli. Készen vagyunk, ha megmutatjuk, hogy az összes dolgozó együttesen sem tudja elrontani az összes blokkot. Mivel egy dolgozó legfeljebb n nyelvet nem beszél, egy dolgozó legfeljebb $\binom{n}{9}$ blokkot ronthat el. Ha mind különböző blokkot rontanak is el, ez összesen legfeljebb $500 \cdot \binom{n}{9}$ blokk. Azt kell tehát megmutatnunk, hogy ha $n \geq 9$, akkor

$$500 \cdot \binom{n}{9} < \binom{2n}{9}$$

ami valóban igaz, hiszen $\binom{2n}{9} \Big/ \binom{n}{9} > 2^9 > 500$.