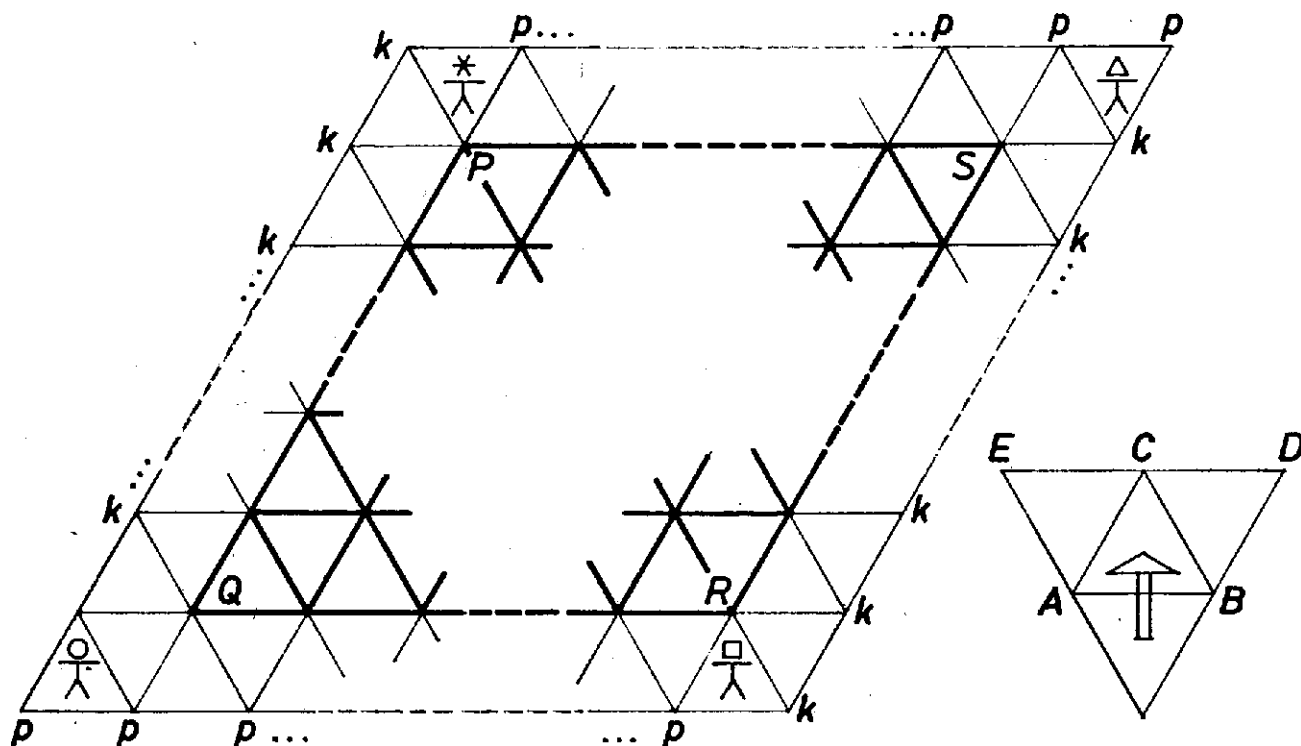


Azt kell belátnunk, akárhogy helyezünk is el a rácspontokra 61 piros és 60 kék korongot, biztosan alakul ki vagy piros vagy kék „jó útvonal”.

Egészítsük ki *ábránkat* az *ábrán* látható módon.



Az *ábrán* jelölt háromszögekbe egy-egy kör-, négyzet-, háromszög- és csillagfejű robotot állítottunk. A kiegészített rombusz széléin elhelyezkedő rácspontokra a jelzett színű korongokat helyeztük. Indítsuk útnak a körfejű robotot a következő paranccsal: Δ -ből Δ -be menj át – ha tudsz –, de csak olyan oldalon léphetsz át, amelynek végeiben más színű korongok vannak, továbbá csak olyan háromszögbe léphetsz be, ahol addig még nem jártál.

Vegyük észre a következőket:

1. A robot bal oldalán mindig kék, jobb oldalán mindig piros korongot lát (pontosabban ez így fogalmazható: a menetirányba mutató egységvektort mindig pozitív irányba kell elforgatni, hogy az éppen átlépett oldal piros csúcsából a kék felé mutató egységvektort kapjuk meg).

2. A robot csak a csillag- vagy a négyzetfejű robot háromszögében akadhat meg.

1. nyilvánvaló, 2. a következő módon látható be:

a) Ha belépett az AB oldalon át (l. az *ábrát*), az ABC háromszögbe, akkor C színétől függően vagy a BCD vagy az ACE háromszög felé folytathatja útját (ahol viszont nem járhatott régebben, mert abból csak ABC háromszögbe juthatna be, itt pedig most jár először).

b) Az a) alatt mondottak csak a robotokat tartalmazó háromszögekre nem érvényesek, mert azoknak – és csak azoknak – van egy-egy „piros-kék” oldaluk a kiegészített rombusz szélén.

c) A háromszögfejű robotnál sem akadhatott meg, mert odaérkezésekor bal oldalán piros, jobb oldalán kék korong lenne, ellentétben az 1. alatti megállapításunkkal.

Az a), b) és c)-ben mondottakból következik a 2. állításunk:

1.-ből és 2.-ből azonnal belátható, hogy ha a $*$ -fejűnél akad el „piros út”, ha a \square -fejűnél akad el, „kék út” létezik.

Megjegyzés. A játék neve *hex*. Abból, hogy a játék döntetlenül nem végződhet, könnyű megmutatni, hogy a kezdő játékosnak van nyerő stratégiája. Azonban ez a stratégia nem ismeretes. A hex játékról és a hozzá kapcsolódó érdekeségekről a J. Nievergelt – J. C. Farrar – E. M. Reingold: *Matematikai problémák megoldásainak számítógépes módszerei* című érdekes könyvben lehet olvasni.