

Jelöljük $A(k)$ -val azoknak a k -nál nem nagyobb természetes számoknak a számát, amelyek nem állíthatók elő n darab n -edik hatvány összegeként, és legyen $B(k)$ azoknak a pozitív egészekből álló (a_1, a_2, \dots, a_n) szám- n -eseknek a száma, amelyekre

$$(1) \quad a_1^n + a_2^n + \dots + a_n^n \leq k$$

teljesül. Mivel itt $a_i < \sqrt[n]{k}$, ha például $k = (m+1)^n$, akkor $B(k) \leq m^n$, és így

$$A(k) \geq k - B(k) \geq (m+1)^n - m^n > nm^{n-1}.$$

Itt a jobb oldali kifejezés értéke tart végtelenbe, ha m minden határon túl nő, és mivel az $A(k)$ sorozat monoton nő, ebből következik, hogy $A(k)$ határértéke is végtelen.

Megjegyzés. Sokkal jobb becslés adható $A(k)$ nagyságrendjére, ha (1)-nek csak az

$$(2) \quad a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$$

feltételnek eleget tevő megoldásait számláljuk le. Ez még akkor is lényegesen kisebb lesz k -nál, ha az a_i -k értéke 0, vagy akár negatív szám is lehet. Ezen az úton akkor is igazolható a feladat állítása, ha benne „ n -edik hatvány” alatt tetszőleges egész szám n -edik hatványát értjük.