(1) $$\frac{3}{4}T > t > \frac{1}{2}T\,!$$

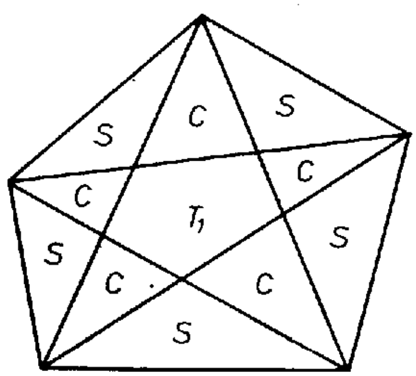
Egyszerűség kedvéért jelöljük a szóban forgó idomokat ugyanúgy, mint a területüket. Ha T-ből elhagyjuk a t ötszöget, öt háromszög marad vissza, jelöljük ezek együttesét h-val. Ha h minden háromszögét az ötszögével közös csúcsából kétszeresére nagyítjuk, új határvonaluk az ötszög egy-egy átlója lesz, és a szomszédos háromszögek egymásba fognak nyúlni. Jelöljük a nagyítás után kétszeresen fedett halmazt S-sel, az egyszeresen fedettet C-vel, és T-nek fedetlenül maradt részét T_1-gyel. Mivel a kétszeres nagyításban a terület négyszeres, a fentiek szerint

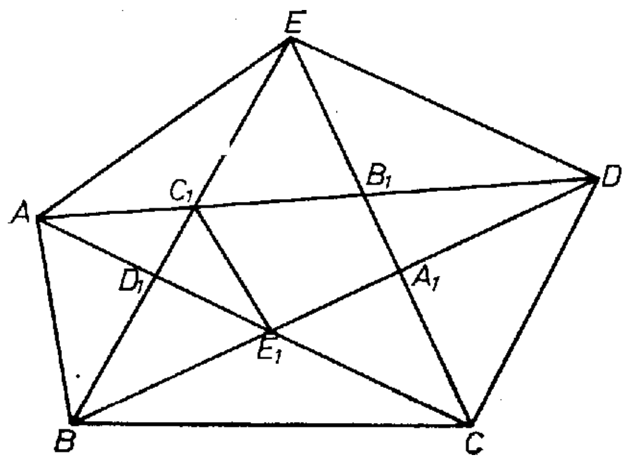
$$4h = 2S + C,$$

és mivel $h = T - t$, $T = T_1 + S + C$, (1) bizonyításához elég belátni, hogy

(2) $$T_1 < S$$

(hiszen T_1, S, C mindegyike pozitív).





Rajzoljuk meg T_1-ben is az átlókat, és a megfelelő részeket jelöljük rendre h_1-gyel, S_1-gyel, C_1-gyel, T_2-vel. Megmutatjuk, hogy

(3) $$4h_1 < S.$$

Jelöljük T, T_1 csúcsait rendre A, B, C, D, E-vel, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1-gyel. Mivel az AC_1 félegyenes metszi a BD egyenest, C_1 közelebb van BD-hez, mint A. Emiatt a BC_1E_1 háromszög területe kisebb, mint BAE_1-é, és $C_1D_1E_1$ területe kisebb ABD_1-énél. Ebből (3) már következik. (3)-ból viszont az következik, hogy

(4) $$S - T_1 > 4h_1 - T_1 = S_1 - T_2.$$

Hasonlóan továbbmenve kapjuk, hogy

(5) $$S - T_1 > S_n - T_{n+1}$$

teljesül tetszőleges n-re. Könnyű látni, hogy T_n tart 0-hoz, így $S_n < T_n$ miatt $S_n - T_{n+1}$ is, emiatt (5) csak akkor teljesülhet minden n-re, ha (2) igaz.