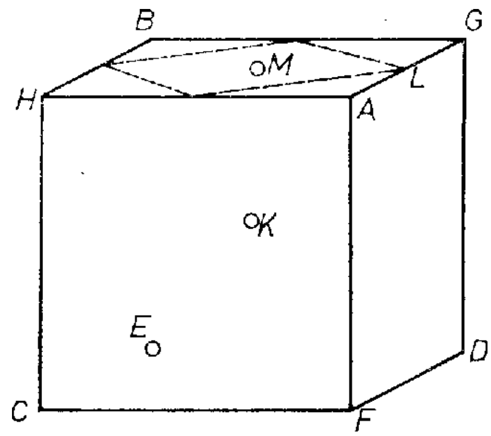
Jelöljük a tetraéder köré írt gömb középpontját K-val, K-nak a lapokon levő merőleges vetületét A, B, C, D-vel, ezeknek K-ra vonatkozó tükörképét E, F, G, H-val, egy tetszőleges S síkra merőleges, K-n átmenő egyenesnek az $AGBHFDEC$ kocka felületén levő pontjai legyenek P és Q. Legyen P mondjuk az $AGBH$ lapon, és jelöljük az AKP, BKP szögeket rendre α-val, β-val, az $AGBH$ négyzet oldalfelező pontjai által meghatározott négyzetet N-nel.



Könnyen látható, hogy a tetraéder S-en levő vetülete pontosan akkor négyszög, ha $P \in N$. Ekkor a vetület területe $\cos\alpha + \cos\beta$ (egységnek egy lap területét választva), ha pedig P N-en kívül van, és mondjuk A van hozzá legközelebb, akkor $\cos\alpha$. Ez utóbbi maximuma $P = A$, minimuma $P = L$ mellett van, ahol L az AG felezőpontja. (L helyett persze N bármely más csúcsát vehetnénk.)

Megmutatjuk, hogy a $\cos\alpha + \cos\beta$ összeg maximuma pedig az N négyzet M centrumában van, minimuma ismét L-ben. Mivel az M-beli érték nagyobb az A-belinél, ebből következik, hogy a keresett maximum (például) M-ben, minimum L-ben van.

Mivel

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \leq 2\cos AKM,$$

a maximum valóban M-ben van. Az viszont, hogy a minimum L-ben van, abból következik, hogy a vizsgált függvény értéke – az ML egyenesen M-től L felé haladva csökken – N belsejében, valamely HG-vel párhuzamos egyenesen AB-től távolodva csökken. Ez utóbbi állításunk azért igaz, mert az említett mozgás közben α is, β is nő. Ha pedig az ML egyenesen mozgunk, a vetület téglalap, amelynek a mozgás során az egyik oldala állandó, a másik fogy.