

Felhasználjuk a következő, *Bernoulli*-féle egyenlőtlenséget (lásd pl. H. Dörrie: Diadalmas matematika, 49. old.). Ha  $u$  és  $v$  egymánél kisebb pozitív számok, akkor

$$(1 - u)^v < 1 - uv.$$

Az (1) egyenlőtlenség nyilvánvalóan teljesül, ha  $x$  és  $y$  legalább 1, így feltesszük, hogy  $\alpha = 1 - x$  és  $\beta = 1 - y$  pozitívak (és természetesen 1-nél kisebbek). A Bernoulli-féle egyenlőtlenség miatt

$$\begin{aligned}(1 - \alpha)^\beta &< 1 - \alpha\beta \\ (1 - \beta)^\alpha &< 1 - \alpha\beta,\end{aligned}$$

így a bizonyítandó egyenlőtlenség bal oldala

$$(1 - \alpha)^{1-\beta} + (1 - \beta)^{1-\alpha} = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha)^\beta} + \frac{(1 - \beta)}{(1 - \beta)^\alpha} > \frac{1 - \alpha + 1 - \beta}{1 - \alpha\beta}.$$

Így elegendő azt bizonyítanunk, hogy

$$\frac{1 - \alpha + 1 - \beta}{1 - \alpha\beta} > 1,$$

ami viszont ekvivalens a nyilvánvalóan igaz  $(1 - \alpha)(1 - \beta) > 0$  egyenlőtlenséggel.