Mivel az i egész pontosan akkor osztja az m egészet, ha van olyan j egész, amelyre

$$ij = m, \tag{2}$$

$d(m)$ értéke egyenlő (2) egész megoldásainak a számával. Emiatt (1) bal oldalán az

$$ij \leq n \tag{3}$$

egyenlőtlenség egész megoldásainak a száma áll. Jelöljük ezt $H(n)$-nel, és jelöljük rendre $H^+(n)$-nel, $H^0(n)$-nel, illetve $H^-(n)$-nel közülük azoknak a számát, amelyekre $j-i$ értéke pozitív, nulla, illetve negatív. Ekkor egyrészt $H^0(n)=k$, másrészt $H^+(n)=H^-(n)$, így (1) ekvivalens a

$$H^+(n)+H^0(n)=\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{n}{i}\right]-\frac{1}{2}(k^2-k) \tag{4}$$

állítással. Itt a bal oldalon (3) azon megoldásainak a száma áll, amelyekre $i \leq j$ is teljesül. Ezekre

$$1 \leq i \leq k$$

és minden ilyen i-hez $\left[\dfrac{n}{i}\right]-(i-1)$ olyan j található, amelyre teljesül (3), hiszen ezek az $i \leq j \leq \dfrac{n}{i}$ feltételnek eleget tevő egészek. Elvégezve az összegezést, azt kapjuk, ami (4) jobb oldalán áll, hiszen $\sum\limits_{i=1}^{k}(i-1)=\dfrac{1}{2}k(k-1)$.

Major Zoltán (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn.)