Rendezzük az elemeinket a szokásos módon négyzetes táblázatba, n sorból és n oszlopból álló ún. mátrixot kapunk:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Jelöljük az i-edik sor elemeinek összegét S_i-vel, a j-edik oszlop elemeinek az összegét O_j-vel, és válasszuk ki a sorok közül is, oszlopok közül is azt, amelyikben a legkisebb az összeg. Legyen ez – mondjuk – a k-adik sor és az m-edik oszlop:

(3)
$$\begin{aligned} S_i &\geq S_k \qquad i = 1, 2, \dots, n; \\ O_j &\geq O_m \qquad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Tegyük fel először, hogy $S_k \leq O_m$. A k-adik sorban a pozitív elemek száma nem lehet nagyobb S_k-nál, hiszen ezek mindegyike legalább 1. Tehát legalább $(n - S_k)$ darab nulla van a k-adik sorban. Az ezeken átmenő oszlopok összege (1) szerint legalább $(n - S_k)$, a többi pedig feltevésünk szerint legalább S_k. Az első fajtából legalább $(n - S_k)$ darab van, tehát az oszlopösszegek összege legalább $(n - S_k)^2 + S_k^2$:

(4)
$$O_1 + O_2 + \dots + O_n \geq (n - S_k)^2 + S_k^2.$$

Ebből viszont következik (2), hiszen (2) bal oldalán is, (4) bal oldalán is a mátrix összes elemének az összege áll, (4) jobb oldalán pedig

$$(n - S_k)^2 + S_k^2 = \left(\frac{n}{2} + \Delta\right)^2 + \left(\frac{n}{2} - \Delta\right)^2 = \frac{n^2}{2} + 2\Delta^2 \geq \frac{n^2}{2},$$

ahol

$$\Delta = \frac{n}{2} - S_k.$$

Hasonlóan bizonyíthatjuk a feladat állítását abban az esetben is, amikor $S_k \geq O_m$, csak az oszlopok és sorok szerepét kell felcserélni.

Mellékeredményként azt is beláttuk, hogy (2)-ben akkor és csakis akkor lehet az egyenlőség jele érvényes, ha a sorösszegek és oszlopösszegek mindegyike $\frac{n}{2}$. Ez persze csak páros n-ekre teljesülhet, de azokra mindig el is érhető, például az $a_{ij} = \delta_{ij} \cdot \frac{n}{2}$ választással, ahol δ_{ij} az ún. Kronecker-féle deltafüggvény, értéke 1 vagy 0 aszerint, hogy i és j egyenlőek-e vagy sem.