I. megoldás. Jelölje B_k, ill. A_k azt az eseményt, hogy a k-adik dobásra dobunk először hatost, illetve, hogy a k-adik dobásig nem dobunk ötöst. Az az esemény, hogy az első hatos dobásig nem dobunk ötöst, akkor és csak akkor következik be, ha a

$$B_1A_1 + B_2A_2 + \ldots + B_nA_n + \ldots$$

esemény bekövetkezik. Ezért a keresett p valószínűség egyenlő $P(A_1B_1 + A_2B_2 + + \ldots + A_kB_k + \ldots)$ valószínűséggel. Mivel $(A_iB_i)(A_jB_j) = 0$ $i \neq j$, ezért

$$p = P(A_1B_1) + P(A_2B_2) + \ldots + P(A_kB_k) + \ldots$$

Felhasználva, hogy

$$P(A_kB_k) = \left(\frac{4}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{6}.$$

$$p = \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right)^{k-1} + \ldots = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{1-\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}.$$

Pócsi György (Debrecen, Fazekas M. Gimn.)

II. megoldás. Jelölje A azt az eseményt, hogy előbb dobunk ötöst, mint hatost, B azt, hogy előbb dobunk hatost, mint ötöst, végül pedig C azt, hogy az előbbi esetek egyike sem következik be. Nyilván $P(A) = P(B)$, $H = A + B + C$ és $AB = AC = BC = 0$. Ezért

$$P(A) + P(B) + P(C) = 2 \cdot P(A) + P(C) = 1. \tag{1}$$

Határozzuk meg $P(C)$-t!

$$P(C) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{4}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{2}{6} = 1 - \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 1 - \frac{2}{6} \cdot 3 = 0.$$

Ezt (1)-be helyettesítve:

$P(A) = 1/2$ adódik.

Szécsi Erzsébet (Debrecen, Fazekas M. Gimn. II. o. t.) dolgozata alapján