

Ha $n = 1$, legyen $b_1 = (1 + q) a_1$. Erre $a)$ és $c)$ teljesül, $b)$ pedig – mint bármely más b_1 -re – semmitmondó. A továbbiakban feltesszük, hogy $n > 1$, és megmutatjuk, hogy a

$$b_k = \sum_{i=1}^n a_i q^{|i-k|}, \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

számok megfelelőek.

- $a)$ $a_k < b_k$, hiszen a b_k -t definiáló összeg egyik tagja a_k .
 $b)$ Általában $|i - k| + 1 \geq |i - k - 1|$, tehát

$$q \cdot a_i q^{|i-k|} \leq a_i q^{|i-k-1|}.$$

Ha azonban $i = k + 1$, akkor $|i - k| + 1 > |i - k - 1|$, tehát $i = k + 1$ mellett

$$q a_i q^{|i-k|} < a_i q^{|i-k-1|}.$$

is igaz. Ezek szerint, ha $1 \leq k \leq n - 1$, akkor

$$q \sum_{i=1}^n a_i q^{|i-k|} < \sum_{i=1}^n a_i q^{|i-k-1|},$$

azaz $q b_k < b_{k+1}$. A $q b_{k+1} < b_k$ egyenlőtlenség bizonyítása hasonlóan történhet.

- $c)$ Szedjük össze a $b_1 + \dots + b_n$ összeg a_i -t tartalmazó tagjait, és jelöljük ezek összegét s_i -vel:

$$s_i = \sum_{k=1}^n a_i q^{|i-k|} < a_i \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q^{|i-k|} = a_i \left(\sum_{k=0}^{\infty} q^k + \sum_{k=1}^{\infty} q^k \right) = \frac{1+q}{1-q} a_i.$$

Mivel $s_1 + \dots + s_n = b_1 + \dots + b_n$, ebből következik a bizonyítandó egyenlőtlenség.

Fodor János (Miskolc, Földes F. Gimn., III. o. t.)