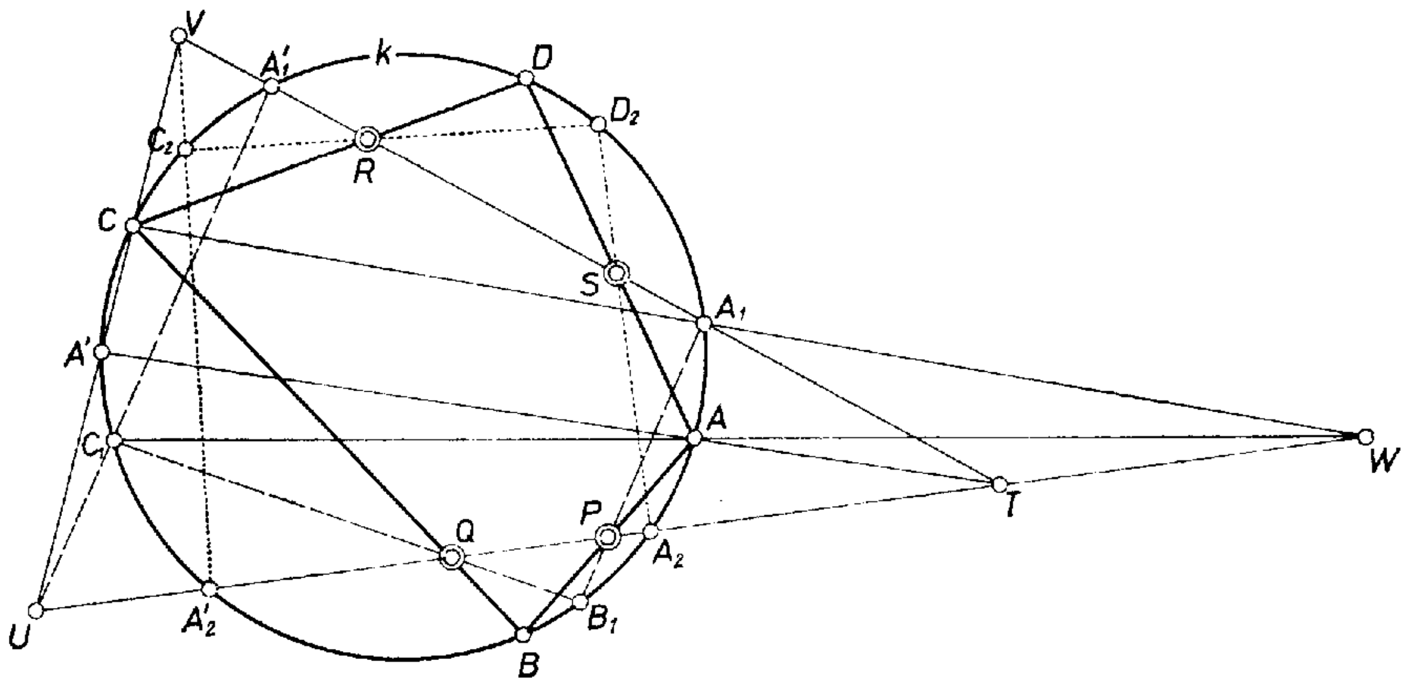
Kössük össze A-t a PQ, RS egyenesek T metszéspontjával, és messe ez az egyenes az adott k kört A'-ben. (Ha $PQ \parallel RS$, az AT egyenes legyen az A-n át velük párhuzamosan húzott egyenes, ha pedig AT érinti k-t, A' legyen A-val azonos. Ehhez hasonló kiterjesztés mellett érvényesek a megoldás további lépései is, ezt azonban nem fogjuk minden esetben megismételni.) Messe az $A'C$ egyenes PQ-t U-ban, RS-t V-ben. Ezeket a pontokat fogjuk megszerkeszteni, belőlük C mint az UV egyenes és k egyik metszéspontja adódik, a keresett négyszög többi csúcsa pedig C-ből kapható meg. Emiatt a megoldások száma 2, 1 vagy 0 az UV egyenes és k kölcsönös helyzete szerint. Az alábbiakból már könnyen kiolvasható a javasolt szerkesztés helyessége is, ennek végiggondolását az olvasóra hagyjuk.



A keresett U pont megszerkesztése a következő észrevételen alapszik. Az $ABCA'$ húrnégyszög oldalegyenesei a PQ egyenest rendre a P, Q, U, T pontokban metszik. Megmutatjuk, hogy ha ugyanezt az egyenest ugyancsak k-ba írt $A_1B_1C_1A_1'$ húrnégyszög A_1B_1, B_1C_1, $A_1'A_1$ oldalegyenesei rendre a P, Q, T pontokban metszik akkor C_1A_1' U-ban metszi az egyenest. Választhatjuk például A_1, A_1'-nek RS és k metszéspontjait, ezek B_1, C_1 helyzetét már meghatározzák. V megszerkesztése hasonlóan történhet az $AA'CD$ húrnégyszög alapján, például a PQ egyenes k-n levő A_2, A_2' pontjaiból kiindulva.

Észrevételünk bizonyításához felhasználjuk a következő, Pascaltól származó tételt. Ha 1, 2, 3, 4, 5, 6 egy kör tetszőleges pontjai, és a 12, 45 egyenesek metszéspontja I, a 23, 56 egyeneseké II, a 34, 61 egyeneseké pedig III, akkor az I, II, III pontok egy egyenesen vannak. (A tétel kör helyett tetszőleges kúpszeletre is érvényes.) Ha pontok helyett érintőket, a pontokat összekötő egyenesek helyett az érintők metszéspontját, az egyenes metszéspontja helyett pedig a metszéspontokat összekötő egyeneseket mondunk, Brianchon tételét kapjuk.

Alkalmazzuk először Pascal tételét az A, B, C, A_1, B_1, C_1 pontokra, kapjuk, hogy az AC_1, A_1C egyenesek W metszéspontja is a PQ egyenesen van. Emiatt, ha most az A, A', C, A_1, A_1', C_1 pontokra alkalmazzuk Pascal tételét, kapjuk, hogy $A_1'C_1$ és $A'C$ metszéspontja a TW egyenesen van, vagyis $A_1'C_1$ ugyanott metszi PQ-t, mint $A'C$, és ez az, amit bizonyítani akartunk.

Kiss Emil (Budapest, Fazekas M. Gimn., IV. o. t.)