Ismeretes, hogy a szabályos, egységnyi oldalú sokszög t területe: $t=\frac{n\varrho}{2}$, ahol ϱ a sokszög beírt körének sugarát jelöli.

Kössük össze a P pontot a sokszög csúcsaival. Mivel a sokszög konvex, ezért n db olyan háromszögre bomlik, amelyeknek egy–egy oldala egységnyi hosszúságú, s a hozzá tartozó magasságok rendre d_1, d_2, $\ldots$, d_n. Ezért $t=(d_1+d_2+\ldots++d_n)/2$. A fentiek miatt tehát

$$\frac{n\varrho}{2}=\frac{d_1+d_2+\ldots+d_n}{2}, \quad \text{azaz} \quad \varrho=\frac{d_1+d_2+\ldots+d_n}{n}.$$

A számtani és harmonikus közép közötti összefüggést alkalmazva:

$$\varrho=\frac{d_1+d_2+\ldots+d_n}{n} \geqq \frac{n}{\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}+\ldots+\frac{1}{d_n}}.$$

Ezt átrendezve az

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}+\ldots+\frac{1}{d_n} \geq \frac{n}{\varrho} \tag{1}$$

egyenlőtlenséghez jutunk.

Mivel azonban a sokszög területe nagyobb, mint beírt körének területe, ezért

$$\frac{n\varrho}{2}>\varrho^2\pi, \qquad \text{azaz} \qquad \frac{n}{\varrho}>2\pi.$$

Ezt (1)-gyel összevetve, éppen a bizonyítandó állítást kapjuk.

Kecskés Csaba (Budapest, Móricz Zs. Gimn., IV. o. t.)