I. megoldás. 1. Az 1458. gyakorlatban[1] $n = 3$ esetére bizonyítottuk az állítást. Az ottani II. megoldás általánosításaként megmutatjuk, hogy a következő utasításokkal egy, a követelményeknek megfelelő programot bonyolítunk le.

α) egy hosszú asztalra n sakktáblát festünk rá egy sorban, és az asztal egyik oldalán levő felüket balról jobbra megszámozzuk 1-től n-ig, a túlsó oldali féltáblákat pedig ugyancsak balról jobbra $(n+1)$-től $(2n)$-ig. (A t sorszámú féltábla a $(2n+1-t)$ sorszámúval együtt alkot egy teljes táblát.)

β) Ugyancsak 1-től $2n$-ig számozzuk meg a sakkozókat, és az 1. versenynapra mindenkit a magáéval egyező sorszámú féltáblához ültetünk le játszani.

γ) A $(2n)$ sorszámú játékost minden további játéknapon is a $(2n)$-es féltáblához ültetjük.

δ) A többi játékosokat napról napra a $(2n-1)$-edik versenynapig – ennyi mérkőzést kell mindegyiküknek játszania – az előző napi helyüknél 1-gyel kisebb sorszámú féltáblához ültetjük, kivéve azt, aki az 1-es féltáblánál ült, őt másnapra a $(2n-1)$-eshez ültetjük.

2. Így mindenkinek mind a $(2n-1)$ napon van ellenfele, és csak azt kell belátnunk, hogy bármely két kiszemelt játékos pontosan egy napon ül egymással szemben. Nyilvánvaló, hogy ez a $(2n)$-edik játékosra teljesül, ő a d sorszámú versenynapon a d-edik sakkozóval mérkőzik meg; tehát fordítva, a többiek is mind játszanak vele. Erre tekintettel tovább úgy vesszük, hogy $(2n)$-es ott sincs, a d-edik napon a d-edik játékos szabadnapos; ezáltal programunk $(2n-1)$ számú játékos körmérkőzésére is alkalmazható. Úgy vesszük, hogy a szabadnaposé az 1-esen felül a $(2n)$-es féltábla is.

Tetszőleges sakkozópár mérkőzésének napját az alábbiak szerint kapjuk. Gondoljuk zárt körbe állítva a $(2n-1)$ versenyzőt sorszámaik rendjében, az 1-est és a $(2n-1)$-est is szomszédnak véve. A körben a kiszemelt i, j játékosok közti húr egyik partján páratlan számú sakkozó alkotja az ívet, a másikon páros számú, ami 0 is lehet. Keressük meg az előbbi ívet „megfelező" játékost (ti. akit i-től és j-től ugyanannyi játékos választ el), és ültessük le a játékosok körét asztalunk köré úgy, hogy a „felező" játékos legyen a szabadnapos. Az ő sorszáma adja meg, hányadik versenynapon játsszák az $i:j$ mérkőzést.

Mármost i-t rögzítve, j-vel bejárva a többi játékosokat, a páratlan számú játékost tartalmazó ívet felező játékos napról napra más lesz, így az i játékos minden versenytársával megmérkőzik és mindegyikkel más versenynapon. – Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

II. megoldás. Teljes indukcióval bizonyítjuk az állítást, az I. megoldásból csak azt használva fel, hogy $(2n-1)$ számú sakkozó esetére mindig megfelel a $2n$ játékosra készített program.

Tegyük fel, hogy s számú játékos esetére már beláttuk az állítást, erre támaszkodva $2s$ számú játékos esetére bizonyítunk. Vehetjük, hogy s számú fiú és s számú leány játszik. Először az egyneműek játszmáit bonyolítjuk le.

Ha s páros, akkor a feltevés alapján az egyneműek játszmái a verseny $(s-1)$-edik napján befejeződnek. Az s-edik naptól kezdve egy körgyűrű alakú asztal belső s helyére ültetjük tetszőleges rendben a leányokat – és az ő helyüket a hátra levő napokra rögzítjük –, majd velük szembe a fiúkat ugyancsak tetszőlegesen –; ezeket pedig napról napra 1 hellyel tovább ültetjük ugyanabban a körüljárási irányban. Így a hátra levő s nap alatt minden egyes fiú minden egyes leánnyal lejátssza a mérkőzését, a verseny az $(s-1)+s=(2s-1)$-edik napon befejeződik.

Ha pedig s páratlan, akkor az egyneműek mérkőzései s napig tartanak, viszont napról napra 1 leány és 1 fiú szabadnapos, ővelük már ekkor játszatjuk le mérkőzésüket, tovább pedig úgy módosítjuk a fentieket, hogy az $(s+1)$-edik napon előkészítésül minden egyes fiút azzal az (egyetlenegy) leánnyal ültetünk szembe, akivel már játszott, és a fiúk így kialakított körét azonnal 1 hellyel tovább léptetjük. Így a különneműek mérkőzései csak $(s-1)$ napig tartanak és a teljes $(2s-1)$ nap alatt mindenki mindenkivel egyszer szembekerül.

$s=2$ játékosra a program egyetlen mérkőzésből áll. Ebből bizonyításunk szerint 4 és 3 játékos esetére létezik program, majd 8 és 7, valamint 6 és 5 játékosra, ezekből nyilvánvalóan a 16-ig, ..., 2^r-ig terjedő számokra, és így tovább.

[1] Lásd a megoldást K. M. L. 51. (1975) 13. oldal.