Jelöljük a jegyek összegét S-sel. Mivel S^n n-jegyű szám, azért

$$10^{n-1} \leq S^n < 10^n,$$

és így

$$\frac{10}{\sqrt[n]{10}} \leq S < 10. \tag{1}$$

Az $n = 1$ esetben nyilván minden egyjegyű szám megfelel a követelményeknek.

Ha $n \geq 2$, akkor (1) szerint $S \geq 10/\sqrt{10}$, tehát $S \geq 4$.

Az $S = 4$, 5, 6 számoknak nincs olyan hatványuk, mely megfelelne. A 4^n hatványok közül ugyanis csak a 4^2 hatvány jegyeinek száma egyenlő a kitevővel, de a jegyek összege itt sem egyenlő az alappal. Az 5^n, 6^n hatványokban pedig az utolsó jegy mindig 5, illetve 6, tehát a jegyek összege ($n \geq 2$ mellett) mindig nagyobb az alapnál.

Az $S = 7$ alap első és egyetlen megfelelő hatványa a negyedik: $7^4 = 2401$, jegyeinek összege 7. Az ezt követő 7^5, 7^6 hatványoknak ugyanis már az utolsó jegye túl nagy (7 és 9), 7^7 pedig már csak hatjegyű.

Az $S = 8$ összegnek egyetlen megfelelő hatványa a köbe: $8^3 = 512$. Az $S^n - S$ különbség ugyanis osztható 9-cel, ha S^n megfelelő szám, hiszen S^n ugyanannyi maradékot ad a 9-cel való osztásnál, mint a jegyeinek az összege, ami egy megfelelő számnál éppen S. Emiatt $S = 8$ mellett csak azokat az n kitevőket érdemes vizsgálni, amelyek mellett $(S^{n-1} - 1)$ osztható 9-cel. Kilenccel osztva 8 hatványai felváltva 8 és 1 maradékot adnak, így csak páratlan kitevő jöhet szóba. Ezek utolsó két jegye rendre:

$$8^3 = \ldots 12, \quad 8^5 = \ldots 68, \quad 8^7 = \ldots 52, \quad 8^9 = \ldots 28, \quad 8^{11} = \ldots 92.$$

Ezek között 8^3 – mint láttuk – megfelel, 8^5 és 8^9-ben már az utolsó jegy túl nagy, $8^7 = \left(2^{10}\right)^2 \cdot 2$-ben az első jegy 2, tehát az utolsó két jegyre kapott 5 és 2 túl nagy, végül $8^{11} < 10^{10}$, és ettől kezdve 8 hatványaiban a jegyek száma már kisebb a kitevőnél.

Ha végül $S = 9$, akkor $S^2 = 81$ az egyetlen megfelelő hatvány. Logaritmálva (1)-et, kapjuk, hogy

$$1 - \frac{1}{n} \leq \lg 9,$$

tehát $n \leq 1(1 - \lg 9)$, azaz $n \leq 21$. Mivel 9 hatványai felváltva 9-re és 1-re végződnek, csak az 1 végződést adó, azaz páros kitevőjű hatványok jönnek szóba. Előállítjuk $9^2 = 81$ első 10 hatványának az utolsó három jegyét. Jelöljük 81^n-ben a százasok számát A_n-nel, a tízesekét B_n,-nel, akkor

$$(100A_n + 10B_n + 1)(80 + 1) = 800A_n + (10A_n + B_n + 8)10 + 1.$$

Eszerint venni kell a $10A_n + B_n + 8 + 80A_n$ szám utolsó két jegyét:

$$81^2 = \ldots 561, \quad 81^3 = \ldots 441, \quad 81^4 = \ldots 721, \quad 81^6 = \ldots 401, \quad 81^6 = \ldots 481,$$
$$81^7 = \ldots 961, \quad 81^8 = \ldots 841, \quad 81^9 = \ldots 121, \quad 81^{10} = \ldots 801.$$

Tehát csak 81^5 és 81^9 jöhet szóba. Előállítjuk ezek utolsó négy jegyét:

$$81^2 = \ldots 6561, \quad 81^4 = \ldots 6721, \quad 81^8 = \ldots 1841, \quad 81^5 = \ldots 4401, \quad 81^9 = \ldots 9121$$

tehát ezek sem felelnek meg.

Ezzel vizsgálatunkat befejeztük, lényegében a következő számokat találtuk megfelelőknek: $n = 1$-re: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; $n = 2$-re: 81; $n = 3$-ra: 512; $n = 4$-re: 2401.