Jelöljük a vizsgált kifejezést $p(A_1,\ A_2,\ A_3,\ A_4)$-gyel, röviden p-vel. Ha az A_i események függetlenek, akkor $p=0$, p maximumának emiatt pozitív, minimumának negatív számot várunk. Mivel az események valószínűsége 0 és 1 közötti szám (a határokat is beleértve), mindkét szélső érték abszolút értéke legfeljebb 1 lehet.

Maximumot úgy kapunk, ha a $B=A_1A_2A_3A_4$ esemény valószínűsége nagy, és az $S=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)\cdot P(A_4)$ szorzat kicsi. Határozzuk meg először rögzített B mellett az S szorzat minimumát. Mivel B maga után vonja. A_i-t, $P(B)\leqq P(A_i)$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$, és így $S\geqq [P(B)]^4$. Itt az alsó határ elérhető, mégpedig az $A_i=B$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ helyettesítéssel. Elegendő tehát az

$$f(x)=x-x^4$$

függvénynek a $0\leqq x\leqq 1$ szakasz feletti maximumát meghatározni. A függvény deriváltja eltűnik:

$$f'(x)=1-4x^3=0,$$

ha $x^3=\dfrac{1}{4}$, ekkor

$$f(x)=x(1-x^3)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{4}}=0,4725.$$

Minimumot úgy kapunk, ha $P(B)$ kicsi, és S nagy. Az első bőségesen teljesül, ha B a lehetetlen esemény, ekkor várhatóan akkor legnagyobb az S, ha a teljes eseménytér mindegyik eseménye pontosan háromban van benne az A_i események közül, azaz $P(A_i)=\dfrac{3}{4}$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ és ekkor $p=-\left(\dfrac{3}{4}\right)^4=-0,3164$.

Ezt úgy lehet elérni, hogy felbontjuk az eseményteret négy egyenlő valószínüségű részre, jelöljük e részeket C_i-vel, és ezekkel az A_i-ket a következő módon definiáljuk:

$$\begin{aligned}A_1&=C_1+C_2+C_3,\\A_2&=C_1+C_2+C_4,\\A_3&=C_1+C_3+C_4,\\A_4&=C_2+C_3+C_4.\end{aligned}$$

Legyen általában $P(B)=x\geqq 0$, és határozzuk meg S maximumát. Akkor

$$1-x=P(\bar{B})=P(\bar{A}_1+\bar{A}_2+\bar{A}_3+\bar{A}_4)\leqq P(\bar{A}_2)+P(\bar{A}_2)+P(\bar{A}_3)+P(\bar{A}_4).$$

Célszerű emiatt S-et is az $\bar{A}_i$ eseményekkel előállítani:

$$S=\left[1-P(\bar{A}_1)\right]\left[1-P(\bar{A}_2)\right]\left[1-P(\bar{A}_3)\right]\left[1-P(\bar{A}_4)\right].$$

A számtani és mértani közép közti összefüggés szerint

$$S\leqq\left(1-\frac{P(\bar{A}_1)+P(\bar{A}_2)+P(\bar{A}_3)+P(\bar{A}_4)}{4}\right)^4,$$

és az előbbi egyenlőtlenség szerint ezt tovább növeljük, ha a második tag helyére $\dfrac{1-x}{4}$-et írunk:

$$S\leqq\left(1-\frac{1-x}{4}\right)^4=\frac{(3+x)^4}{4^4}.$$

Ezek szerint ha $P(B)=x$, akkor

$$p\geqq x-\frac{(3+x)^4}{4^4},$$

ami monoton nő a $0\leqq x\leqq 1$ szakaszon, tehát a minimuma $x=0$ mellett van. Ezzel beláttuk, hogy a kezdetben talált érték a p minimuma.