

Írjuk rá a „síkbeli” sakktábla minden egyes mezéjére azt a háromjegyű számot, melynek első jegye a mező oszlopának, második jegye a sorának a sorszáma (az oszlopok sorszáma balról jobb felé, a soroké alulról fölfelé növekszik lényegében úgy, mint a sakkbán szokásos), harmadik jegye pedig az 1, 2, ..., 8 számjegyek közül az, amelyik az első két jegy összegét a legközelebbi, 8-cal osztható számra egészíti ki. Könnyű belátni, hogy így a jobbra lejtő átló mezőibe harmadik jegyként ugyanaz a jegy (7-es) jut, és a vele párhuzamos megtört átlók mindegyikének mezőiben is ugyanaz a számjegy ismétlődik, pl. a 682; 772, 862 mezőkön áthaladó „megtört átló” a 152, 242, ..., 512-ben folytatódik.

A táblából úgy hajlítunk hengerpalástot, hogy az egymás alatt-fölött álló számjegyoszlopok váljanak hengeralkotóvá, ekkor mindegyik megtört átló 2–2 része összeáll egyetlen „átlóvá” (ti. amilyen az eredeti átló lett).

Ezek alapján azt mutatjuk meg, hogy 8 királynő még akkor sem helyezhető el a hengeres sakktáblán a kívánt módon, ha ütőképességüket csökkentjük, az átlókkal párhuzamos elmozdulásaik közül kizárjuk a jobbra emelkedő mozgást. Ugyanis két mezőre 1–1 királynőt téve, ezek akkor és csak akkor ütik egymást

187	286	385	484	583	682	781	888	r	187	286
178	277	376	475	574	673	772	871	a	178	277
161	268	367	466	565	664	763	862	g	161	268
152	251	358	457	556	655	754	853	a	152	251
143	242	341	448	547	646	745	844	s	143	242
134	233	332	431	538	637	736	835	z	134	233
125	224	323	422	521	628	727	826	t	125	224
116	215	314	413	512	611	718	817	ó	116	215

oszlop mentén, ha mezők számaiban az első jegyek egyeznek,

sor mentén, ha mezők számaiban a második jegyek egyeznek,

jobbra lejtő átló mentén, ha mezők számaiban a harmadik jegyek egyeznek.

Eszerint 8 királynő elrendezése csak úgy lehet megfelelő, ha mezők háromjegyű számaiban mind az első, mind a második, mind a harmadik helyen csupa különböző számjegy lép föl, vagyis ha mind a 8-féle számjegy 1-szer-1-szer. Ha ez a szükséges föltétel teljesül, akkor a 8 mező háromjegyű számaiban a számjegyek összege:

$$3(1 + 2 + 3 + \dots + 8) = 3 \cdot 36 = 108.$$

Másrészt minden egyes mező számában a jegyek összege többszöröse a 8-nak, tehát ugyanez áll a 8 szám jegyösszegére is. Ámde 108 nem többszöröse a 8-nak, és ez az ellentmondás bizonyítja a feladat állítását.

Megjegyzés. Kérdésünk sík sakktáblán való megfelelőjét a szórakoztató matematikai irodalom „a nyolc királynő problémája” néven ismeri. Ismeretes, hogy ennek a tábla szokásos betűzése esetén 92 megoldása van. Közülük azonban 88 megoldás 8-asával leszarmaztatható 1–1 alapmegoldásból a tábla középpontja körüli 90°-os elfordításokkal, majd e 4 helyzet tükrözésével a tábla 4 szimmetria-tengelyének valamelyikén. A hátralevő 4 megoldásban a királynők 4 centrálisan szimmetrikus mezőpáron állnak, ezért csak egy 90°-os elfordítás ad új helyzetet, majd egy tengelyes tükrözés.

A 12 alapmegoldásból 24-féleképpen alkothatunk hengeres táblát (vízszintes alkotókkal is), és mindezeket végigvizsgálva is beláthatjuk, hogy mindegyikben létrejött ütési lehetőség legalább 1 királynőpár között. Az eljárás hosszadalmas és könnyű benne hibázni. Kiderül az is, hogy nem mind a 24 eset különböző. (Érkezett olyan dolgozat is, amely ezt a problémát is megoldhatatlannak állította.)