A számsorozat n indexű tagját

$$\frac{1}{n}\left\{\sqrt{1-\left(\frac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1-\left(\frac{2}{n}\right)^2}+\ldots+\sqrt{1-\left(\frac{n-1}{n}\right)^2}+\sqrt{1-\left(\frac{n}{n}\right)^2}\right\}$$

alakba írva, felismerjük róla, hagy tekinthető integrálközelítő összegnek, pontosabban a $\sqrt{1-x^2}$ függvény (0, 1) intervallumon vett integráljához és az intervallum n egyenlő részre való felosztásához tartozó alsó közelítő téglalapösszegnek. Ugyanis a mondott függvény az intervallumban szigorúan monoton, csökkenő, így minden részintervallum végpontjában

$$\left(\text{az } \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}, \frac{n}{n} \text{ pontban}\right)$$

a legkisebb értékét veszi fel.

A függvény az intervallumban folytonos, tehát integrálható, pozitív és a mondott integrál értéke

$$\int\limits_0^1 \sqrt{1-x^2}dx=\frac{\pi}{4},$$

hiszen a függvényt ábrázoló görbe az origó körüli egységkörnek az I. síknegyedbe eső negyedíve, tehát az alatta levő terület a kör negyedrésze.

És mivel n minden határon túl való növelésével a mondott felosztás minden határon túl finomodik, azért a közelítő összeg tart az integrál értékéhez, tehát a keresett határérték $\pi/4$.

Gáncs István (Győr, Révai M. Gimn.)