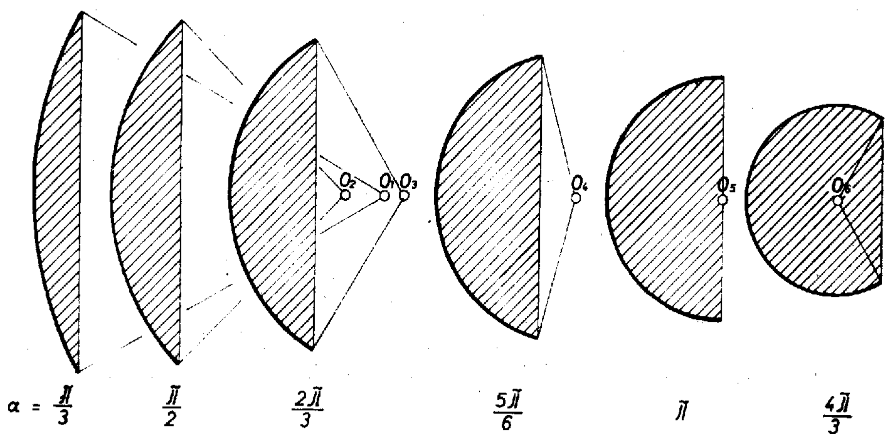
Az r sugarú kör α középponti szögű ívével $(0 < \alpha \leqq 2\pi)$ és a végpontjai közti húrral határolt körszelet területe:

$$T = \frac{1}{2} r^2 (\alpha - \sin\ \alpha).$$

Válasszuk az adott hosszúságot egységnyinek, azaz $r\alpha = 1$, így $r = \dfrac{1}{\alpha}$ és

$$T(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha - \sin\ \alpha}{\alpha^2}.$$



Rögtön látjuk, hogy ez a függvény minden $\alpha \neq 0$ helyen deriválható, így ha van maximuma a vizsgált intervallum belsejében, akkor ott $T'(\alpha) = 0$. A derivált, mindjárt alkalmas goniometrikus alakítással:

$$T'(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^3}\left[2\sin\ \alpha - \alpha(1 + \cos\ \alpha)\right] = \frac{\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\alpha^3} \cdot \left(2\sin\frac{\alpha}{2} - \alpha\ \cos\ \frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$= \frac{2\ \cos^2\dfrac{\alpha}{2}}{\alpha^3}\left(\mathrm{tg}\ \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Az utolsó alak zárójelbeli kifejezése $0 < \dfrac{\alpha}{2} < \dfrac{\pi}{2}$, azaz $0 < a < \pi$ esetében pozitív, $\pi < \alpha < 2\pi$ esetén negatív, és mindezekre az értékekre az első tényező pozitív. Eszerint $0 < \alpha < \pi$ esetén $T'(\alpha) > 0$, viszont $\pi < \alpha < 2\pi$ esetén $T'(\alpha) < 0$.

Az utolsó előtti alakból viszont látjuk, hogy a derivált $\cos\ \dfrac{\alpha}{2} = 0$, azaz $\alpha = \pi$ esetén is értelmezve van és értéke $T'(\pi) = 0$. Csak itt lehet szélsőérték, és a derivált előjelére mondottak szerint itt szoros értelemben vett maximuma van $T(\alpha)$-nak.

A szóban forgó terület tehát akkor a legnagyobb, ha az adott hosszúságot félkör alakúra hajlítjuk, és ekkor értéke $T = \dfrac{1}{2\pi}$.