

Legyen  $K$  tetszőleges konvex sokszög, amelynek van véges sok paralelogrammára való felbontása. Jelöljük ezt a felbontást  $F$ -fel, és legyen  $AB$  a  $K$  sokszög tetszőleges oldala. Fessük pirosra mindazokat az  $F$ -ben szereplő paralelogrammákat, amelyeknek van  $AB$ -vel párhuzamos oldaluk. Legyen  $e$  egy tetszőleges, pirosra festett paralelogramma  $AB$ -vel párhuzamos oldalának az egyenese. Ha  $e$  metszi  $K$ -t, tekintsük az  $e$ -hez csatlakozó piros paralelogrammákat. Ha volna  $e$ -nek olyan  $PQ$  szakasza, amelyhez  $e$  egyik oldalán támaszkodik piros paralelogramma, de a másikon nem, az  $F$ -beli paralelogrammák nem fednék le hézagtalanul  $K$ -t. Emiatt tetszőleges,  $AB$ -vel párhuzamos,  $K$ -t metsző egyenesen a piros szakaszok összhossza ugyanaz, és egyenlő  $AB$  hosszával. Ez csak úgy lehet, ha  $K$ -nak van  $AB$ -vel párhuzamos és  $AB$ -vel egyenlő hosszúságú  $A^*B^*$  oldala. Válasszuk úgy a betűzést, hogy az  $AB$ ,  $A^*B^*$  szakaszok ellentétes irányításúak legyenek. Mivel  $AB$   $K$ -nak tetszőleges oldala volt, ezzel beláttuk, hogy  $K$  minden oldalához található  $K$  határvonalán vele párhuzamos és egyenlő oldal. Induljunk el  $K$  határvonalán  $A$ -ból  $B$ -n át  $A^*$  felé. Az érintett oldalakon rendre irányt változtatva az irányváltoztatások összege  $180^\circ$ , ami  $360^\circ$ -ra nő, ha  $A^*$ -ből  $B^*$ -on át vissz térünk  $A$ -ba. Mivel utunk során az irányváltoztatások mind ugyanabban az irányban történtek, a  $B$ -hez csatlakozó  $BC$  oldallal párhuzamos oldal csak a  $B^*$ -hoz csatlakozó  $B^*C^*$  oldal lehet, vagyis az egymáshoz csatlakozó oldalakkal párhuzamos oldalak csatlakoznak egymáshoz.  $K$  tetszőleges csúcsához rendeljük hozzá a belőle kiinduló oldalakkal párhuzamos oldalak közös pontját. Ez kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés. Nevezzük a megfelelő csúcsokat szemköztieknek, a szemközti csúcsok által meghatározott átlókat átmérőknek. Szomszédos csúcsokkal szemben szomszédos csúcsok vannak, és a belőlük kiinduló átmérők felezik egymást, és közös felezőpontjuk  $K$  szimmetriacentruma.

Megfordítva, ha  $K$  centrálszimmetrikus, toljuk el a határvonalát úgy, hogy az egyik csúcs a vele szomszédos csúcsba menjen át. Az új határvonalnak csak a  $K$  belsejébe eső részét tartjuk meg, ez az eltolás előtti megfelelőjével együtt olyan sávot határol, amelyet az eltolás irányával párhuzamos egyenesekkel könnyen paralelogrammákra bonthatunk. Hagyjuk el a most felbontott sávot  $K$ -ból, a visszamaradó rész centrálszimmetrikus, és 2-vel kevesebb csúcsa van, mint  $K$ -nak. Ismételjük meg az eljárásunkat mindaddig, amíg paralelogramma nem marad vissza, ezzel  $K$  kívánt felbontását kapjuk.

*Megjegyzés.* Mivel – mint láttuk – tetszőleges centrálszimmetrikus sokszög paralelogrammákra bontható, egy sokszög akkor is centrálszimmetrikus, ha felbontható centrálszimmetrikus sokszögekre. Ezt használjuk fel a 132. probléma megoldásában.