

A sokszög mindegyik csúcsában 16 oldal- és átlószakasz végződik és ezek a konvexitás miatt páronként különböző egymástól, eszerint a 17 közül bármelyik 3 csúcs háromszöget alkot. (Ha volna 3 csúcs egy egyenesen, akkor a sokszög oldalainak száma kevesebb lenne 17-nél.) Nyilvánvaló ebből, hogy bármelyik csúcsot véve, van olyan a felhasznált színek közt, amelyek legalább 6-nak a színe az ott végződő szakaszok közül. Vegyük ezt a 6 szakaszt – ill. ha több is van ilyen, akkor közülük bármelyik 6-ot –, legyen a kezdőpontjuk rendre A, B, C, D, E, F , közös végpontjuk V , közös színük piros.

Ha valamelyik két kezdőpont közti szakasz szintén piros – mondjuk AB , akkor az ABV háromszög megfelel az állításnak.

Az ellentétes esetben tovább csak a 6 kezdőpont közti szakaszokat tekintjük. Mindegyikük a további két szín valamelyikével van színezve, mondjuk sárgával és zölddel, így az A -ból induló 5 szakasz közül van legalább 3 egyenlő színű, mondjuk AB, AC és AD sárgák. Ha most a BCD háromszög oldalai közt találunk sárgát, pl. BC ilyen, akkor az ABC háromszög felel meg, az ellenkező esetben pedig maga a BCD háromszög, hiszen mindhárom oldala zöld. – Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Balogh Zoltán (Debrecen), Füredi Zoltán (Bp.), Stachó Balázs (Bp.)

Megjegyzések. 1. A feladat a hatszögre és 2 színre vonatkozó megfelelő állításból készült. Később vette észre a szerkesztőség, hogy a feladat lényegében azonos az 1342. feladattal.¹

| | C | C | C | C | C | A | A | A | A | A | B | B | B | B | B | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| C | 1 | - | A | B | B | A | B | A | C | C | A | A | C | B | B | C |
| C | 2 | A | - | A | B | B | A | B | A | C | C | C | A | C | B | B |
| C | 3 | B | A | - | A | B | C | A | B | A | C | B | C | A | C | B |
| C | 4 | B | B | A | - | A | C | C | A | B | A | B | B | C | A | C |
| C | 5 | A | B | B | A | - | A | C | C | A | B | C | B | B | C | A |
| A | 6 | B | A | C | C | A | - | B | C | C | B | C | B | A | A | B |
| A | 7 | A | B | A | C | C | B | - | B | C | C | B | C | B | A | A |
| A | 8 | C | A | B | A | C | C | B | - | B | C | A | B | C | B | A |
| A | 9 | C | C | A | B | A | C | C | B | - | B | A | A | B | C | B |
| A | 10 | A | C | C | A | B | B | C | C | B | - | B | A | A | B | C |
| B | 11 | A | C | B | B | C | C | B | A | A | B | - | C | A | A | C |
| B | 12 | C | A | C | B | B | B | C | B | A | A | C | - | C | A | A |
| B | 13 | B | C | A | C | B | A | B | C | B | A | A | C | - | C | A |
| B | 14 | B | B | C | A | C | A | A | B | C | B | A | A | C | - | C |
| B | 15 | C | B | B | C | A | B | A | A | B | C | C | A | A | C | - |

2. Példán megmutatjuk, hogy konvex 16-szögnek csúcsait az $1, 2, \dots, 16$ számokkal jelöljük) van olyan színezése 3 színnel (jelük: A, B, C), melyben minden háromszög kerületén legalább 2 szín fordul elő.

Táblázatunkon két – az első 15 közül vett – pont összekötő szakaszának színét az egyik pont sorának és a másik pont oszlopának közös mezéjén találjuk. (A táblázat természetesen szimmetrikus a jobbra lejtő átlóra.) A 16-os pontot a többiekkel összekötő szakaszok színe pedig rendre a másik pont sora elején és oszlopa fején van megadva.

3. Könnyű látni, hogy egy negyedik színt is véve, 66 pontra mondhatnók ki a megfelelő állítást. (A konvexitás nem lényeges, csak az, hogy ne legyen a pontok közül három egy egyenesen.)

¹17 tudós mindegyike levelezést folytat az összes többivel. Összesen háromféle témáról leveleznek, de bármelyik pár mindig csak ugyanarról az egy témáról. Bizonyítsuk be, hogy van közöttük legalább három olyan tudós, akik közül bármely kettő azonos témáról levelez egymással. – Lásd a megoldást K. M. L. 31(1965) 27. A feladat az 1964. évi Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladata volt, előzőleg külföldön már könyvben is megjelent.