Jelöljük az adott szakaszok hosszát csökkenő sorrendben a, b, c, d, e betűvel, azaz $a \geqq b \geqq c \geqq d \geqq e$. Megmutatjuk, hogy az

$$\text{I.}\ \ a,\ b,\ c, \qquad \text{II.}\ \ b,\ c,\ d, \qquad \text{III.}\ \ c,\ d,\ e$$

szakaszhármasokból szerkesztett háromszögek közül legalább az egyik hegyesszögű.

Az ellentétes esetben ugyanis mindhármukban a legnagyobbik szög cosinusa 0 vagy negatív volna, tehát a cosinus-tétel alapján egyidejűen fennállana

$$a^2 \geqq b^2 + c^2 \quad \text{és} \tag{1}$$

$$b^2 \geqq c^2 + d^2 \quad \text{és} \tag{2}$$

$$c^2 \geqq d^2 + e^2. \tag{3}$$

Ezek összegéből pedig $c \geqq e$ figyelembevételével

$$a^2 \geqq c^2 + 2d^2 + e^2 \geqq 2d^2 + 2e^2 = (d+e)^2 + (d-e)^2 \geqq (d+e)^2, \tag{4}$$

azaz – mivel (pozitív) szakaszokról van szó –

$$a \geqq d + e$$

következnék, ami ellentmondásban van azzal, hogy az a, d, e szakaszhármasból lehet háromszöget szerkeszteni.

Eszerint (1), (2) és (3) közül legalább az egyik nem áll fenn, akkor pedig a megfelelő háromszögnek még a legnagyobbik szöge is hegyesszög.

Turán György (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Bizonyíthatjuk (4)-et (2) felhasználása nélkül is, illetve (2)-t a gyengébb $b \geqq c$ egyenlőtlenséggel pótolva. Így (1)-ből, a (3)-at is felhasználva

$$a^2 \geqq 2c^2 \geqq 2(d^2 + e^2).$$

Eszerint már az I. és III. háromszögek közül is legalább az egyik hegyesszögű.