$$(1)\qquad \binom{2n}{0}^2-\binom{2n}{1}^2+\binom{2n}{2}^2-\binom{2n}{3}^2+\ldots-\binom{2n}{2n-1}^2+\binom{2n}{2n}^2=(-1)^n\binom{2n}{n}.$$

Megmutatjuk, hogy az állítás bal oldalán álló kifejezés az

$$(x-1)^{2n}(x+1)^{2n}$$

polinom kifejtett alakjában x^{2n} együtthatója, a jobb oldal pedig

$$(x^2-1)^{2n}$$

kifejtésében x^{2n} együtthatója. Ezek alapján az állítás abból következik, hogy a mondott két kifejezés – mint a hatványozási azonosságok alapján kifejtés nélkül látható – azonos egymással, kifejtésükben a megfelelő hatványok együtthatói egyenlők.

Valóban, utóbbi állításunkon nincs mit bizonyítani, az első polinom céljára pedig kifejtéssel

$$(x+1)^{2n}=\binom{2n}{0}x^{2n}+\binom{2n}{1}x^{2n-1}+\ldots+\binom{2n}{k}x^{2n-k}+\ldots+\binom{2n}{2n},$$
$$(-1+x)^{2n}=\binom{2n}{0}-\binom{2n}{1}x+\ldots+(-1)^{2n-k}\binom{2n}{k}x^k+\ldots+\binom{2n}{2n}x^{2n},$$

és a kifejtések tagonkénti összeszorzásában akkor és csak akkor kapjuk az x^{2n} hatványt, ha a párba kapcsolt két tagban x kitevőinek összege $2n$, vagyis a fenti elrendezésben éppen az egymás alatt-fölött álló tagok párba állításával. Az ezek együtthatóiból képzett szorzatok összege pedig láthatóan (1) baloldala. Ezzel a bizonyítást befejeztük.