

A társaságban mindenkiről felírjuk, hányszor győzött, legyen e számok legnagyobbika g . Ilyen van, mert a társaság véges, és tagjainak számát n -nel jelölve $g \leq n - 1$. Azt mutatjuk meg, hogy A szerepére alkalmas az a tag, aki g -szer győzött (ill. ha többen is vannak ilyenek, akkor bármelyikük alkalmas).

Tulajdonképpen csak az olyan további B tagokhoz kell a b -ben kívánt C létezését belátnunk, kiket A nem győzött le. ($n = 2$ esetében ilyen nincs, mert $g = 1$, ekkor csak az a) állítás igaz nyilvánvalóan; tovább tehát fölteszük, hogy legalább 3-an játszottak.) Így B győzte le A -t, mert befejezett pingpong mérkőzés eredménye nem döntetlen; de nem győzte le mindazokat, akiket A legyőzött, mert különben $(g + 1)$ győzelme volna. Van tehát az A által legyőzöttek között, akit B nem győzött le, tehát ő győzte le B -t; ez megfelel C szerepére.

Fulmer László (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn.)

II. megoldás. Egy megfelelő A személyt a következő „szűréssel” keresünk ki az együtt ülő társaságból. Felszólítunk találmra valakit, hogy távozzon és vigye magával mindazokat, akiket legyőzött. Nevezzük ezt egy brigádnak és a felszólított személyt a brigád vezetőjének. (Az is lehetséges persze, hogy a brigád csak a vezetőből áll.) Távozásuk után ezt annyiszor és addig ismételtetjük, míg a terem kiürül. Ez előbb-utóbb bekövetkezik, hiszen a társaság véges. Ekkor az utoljára távozott brigád vezetője megfelelő A -ként (mindjárt A -nak nevezzük).

Ha ugyanis a társaság egy B tagja maga is brigádvezetőként ment ki – tehát előbb, mint A –, akkor nem győzte le A -t, tehát kettőjük közt az a) állítás teljesül. Akkor is ez a helyzet, ha B az A brigádjában ment ki. Ha pedig B egy korábban távozott brigádban ment ki mint legyőzött, akkor a brigádvezetője megfelel C -ként, tehát teljesül a b) állítás. (Az is lehetséges, hogy a társaság bizonyos B tagjaira az a), b) állítások mindegyike teljesül.)

Breuer Péter (Eger, Gárdonyi G. Gimn.)

Megjegyzések. 1. Az itt kiválasztott A személy nem tartozik szükségképpen a legsikeresebb játékosok közé. Egyetlen győzelemmel is megfelelhet, ha azt győzte le, aki rajta kívül mindenkit legyőzött (természetesen ha van ilyen; egyébként csak egy lehet).

Fordítva: B is ott lehet a legtöbb győzelmet elért játékosok közt.

2. Bizonyítható az állítás teljes indukcióval is.

3. Végtelen sok tagú társaságot gondolva az állítás nem igaz.