Jelöljük az adott sorozat 2^n-3 elemét a_n-nel és egy, a követelménynek megfelelő részsorozat k-adik elemét b_k-val. (Megjegyezzük, hogy a kívánt részsorozat elemeinek összeállítása többféleképpen lehetséges.) Azt fogjuk megmutatni, hogy ha már találtunk a részsorozat céljára k számú megfelelő elemet, és ezek $b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_k$, akkor találhatunk hozzájuk olyan b_{k+1}-et, amely amazok mindegyikéhez relatív prím (és nagyobb náluk). Egyszerűbben így mondhatjuk a talált követelményt:

$$b_{k+1} \qquad \text{és a} \qquad b_1\cdot b_2\cdot\ldots\cdot b_k$$

szorzat relatív prímek.

b_1 és b_2 szerepére megfelel mindjárt $b_1=a_3=5$, $b_2=a_4=13$. Így a $b_1b_2=s_2$ szorzathoz relatív prím, nála nagyobb a_n-et keresünk b_3 szerepére. Azt a kizáró követelményt, hogy (2^n-3)-nak ne legyen közös osztója s_2-vel, azzal fogjuk biztosítani, hogy a (2^n-3) közelében levő $c_n=a_n+2=2^n-1$ szám legyen többszöröse s_2-nek. Ha ugyanis ez teljesül, akkor a_n és s_2 bármely közös osztója egyszersmind a_n-nek és c_n-nek is közös osztója, tehát osztója ezek különbségének, a 2-nek is. Így, ha ez a közös osztó nagyobb volna 1-nél, akkor csak 2-vel lehetne egyenlő. Ámde a_n és c_n páratlan volta miatt ez lehetetlen, tehát a_n és s_2 valóban relatív prímek. – Ilyen feltétellel sikerül a_n-et találnunk.

Tekintsük az a_n sorozat első (s_2+1) számú eleméhez, vagyis az $a_2,\ a_3,\ \ldots,a_{3+s_2}$ számokhoz azokat a (legkisebb nemnegatív) r maradékokat, amelyek az s_2-vel való osztásuknál rendre föllépnek. Így $0\le r\le s_2-1$, a lehetséges különböző maradékok száma s_2. A tekintetbe vett elemek száma pedig 1-gyel több, van tehát legalább kettő az elemek közt, amelyekre a maradék egyenlő. Jelöljük ezeket (vagy ha több van, két ilyet) a_t-vel és a_u-val $(u>t)$, eszerint

$$a_u-a_t=2^u-2^t=2^t(2^{u-t}-1),$$

osztható s_2-vel; és mivel s_2 páratlan, azért a zárójelbeli tényezőnek osztója: $2^{u-1}-1=ds_2$, ahol d természetes szám. Így pedig az előrebocsátottak szerint $ds_2-2=2^{u-t}-3=a_{u-t}$-nek nincs közös osztója s_2-vel, tehát lehet $b_3=a_{u-t}$.

Eljárásunk alkalmas $b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_k$-hoz megfelelő b_{k+1} keresésére is, s_2 helyére a $b_1\cdot b_2\cdot\ldots\cdot b_k=s_k$ szorzatot véve, hiszen az s_2-re mondottak érvényesek s_k-ra is és nem használtuk ki, hogy s_2-ben éppen 2 elemét szoroztuk össze a részsorozatnak. – Ezzel feladatunkat megoldottuk.

Megjegyzések. 1. Vehettük volna b_3 szerepére a következőket is:

$$2ds_2-1=2^{u-t+1}-3=a_{u-t+1},$$
$$4ds_2+1=2^{u-t+2}-3=a_{u-t+2},$$

hiszen két szomszédos természetes szám mindig relatív prím egymáshoz, és ha $2cs_2$ nek, ill. $4cs_2$-nek nincs közös osztója b_3-mal, akkor s_2-nek sincs.

2. Szemléletesen szólva: annak, hogy az a_n sorozatra igaz a feladat állítása, hogy tehát az a_n sorozatban „sok” relatív prím szám van, az az oka, hogy $c_n=a_n+2$ sorozatban „sok” nem relatív prím számpár van. Az utóbbi állítás pontos alakja a következő: tetszőleges páratlan s számhoz van olyan n index, hogy c_n osztható s-sel.