

Nagyítsuk a P_1 poliédert az A_1 centrumból a kétszeresére, és jelöljük a kapott poliédert P -vel. Megmutatjuk, hogy a P_i poliéderek mindegyike benne van P -ben. Mivel P térfogata P_1 térfogatának $2^3 = 8$ -szorososa, ebből már következik a feladatunk állítása, hiszen ha az nem volna igaz, P térfogata legalább annyi lenne, mint a P_1, P_2, \dots, P_9 poliéderek térfogatának az összege, vagyis P_1 térfogatának a 9-szerese.

Legyen B_i a P_i poliéder tetszőleges pontja. Mivel P_i a P_1 -ből származik az $A_1 \rightarrow A_i$ eltolással, a B_i pont a P_1 poliéder valamely B_1 pontjának az eltolásából származik. Eszerint az $\overrightarrow{A_1 A_i}, \overrightarrow{B_1 B_i}$, vektorok egyenlők, és az $\overrightarrow{A_1 B_i}$ vektor egyenlő az $\overrightarrow{A_1 A_i}, \overrightarrow{A_1 B_1}$ vektorok összegével, vagyis az $\overrightarrow{A_1 C}$ vektor kétételesével, ahol C a $B_1 A_i$ szakasz felezőpontja. Ez a C felezőpont pedig P_1 -hez tartozik, mert A_i és B_1 is P_1 -hez tartozik, és P_1 konvex. A feladat állítását ezzel bebizonyítottuk.

Breuer Péter (Eger, Gárdonyi G. Gimn.)

Megjegyzés. Az állítás 8 csúcú konvex poliéderre már nem volna igaz, erre példa bármely paralelepipedon, hiszen egybevágó paralelepipedonokkal egyrétűen és hézagatlanul ki lehet tölteni a teret, és egy ilyen paralelepipedon szomszédai közül 7 éppen a feladatban szereplő eltolással áll elő belőle.