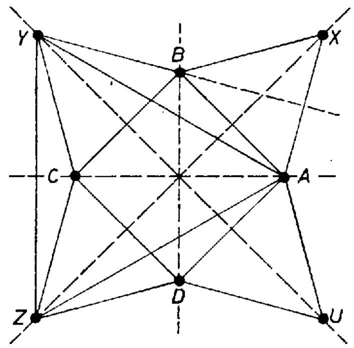
Írjunk az $ABCD = N$ négyzet AB, BC, CD, DA oldala fölé kifelé szabályos háromszöget, és legyen ezek új csúcsa rendre X, Y, Z, U. Ekkor N szimmetriái és a szerkesztés alapján $XYZU = M$ is négyzet, és az N és M csúcsaiból álló pontnyolcas megfelel a követelménynek. Valóban, mindegyik négyzet 2 oldalfelezője azonos a másik négyzet 2 átlójának egyenesével, így a kívánt tulajdonság nyilvánvalóan mindig fennáll, ha egy szakasz két végpontjául ugyanazon négyzet csúcsai közül akár 2 szomszédosat, akár 2 szemben fekvőt választunk.



Ha pedig a szakasz végpontjainak egyike az N, másika az M csúcsai közül való, akkor pontrendszerünk szimmetriái alapján – amelyek azonosak N és M szimmetriáival: $90°$-os forgás és 4 tükrözési tengely – elég megmutatnunk az AX és AY szakaszok felező merőlegeséről, hogy átmegy a pontrendszer 2 pontján. Az YB egyenes az ABX szabályos háromszögnek magasságvonala, mert felezi az ABX szöget, hiszen BA-val bezárt szöge $180° - (90° + 60°) = 30°$, tehát AX felező merőlegesén B is, Y is rajta van. Hasonlóan AY felező merőlegesének B is, Z is pontja, mert a szerkesztés folytán $AB = YB$, másrészt az ADZ és YCZ háromszögek egybevágók, és így $AZ = YZ$.

Cseresznyés Mária (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn.)

Megjegyzések. **1.** Elsőnek felvéve az M négyzetet, majd oldalai fölé *befelé* rajzolva a szabályos háromszögeket, N csúcsait kapjuk.

2. Várható, hogy a kívánt alakzat számos szimmetriát mutat – hiszen $\binom{8}{2} = 28$ felező merőlegesen kell biztosítani $2-2$ pont illeszkedését, és ezen várhatóan könnyít, ha a felező merőlegesek közül egyesek egybeesnek (a fenti pontrendszerben 4 esetben $3-3$ esik egybe). Ennek ellenére hosszadalmasnak ígérkezik megvizsgálni, van-e vajon más megfelelő pontnyolcas is. A feladat szerencsére csak az *exisztenciá*ját kérdezte a pontrendszernek, *unicitás*át nem.