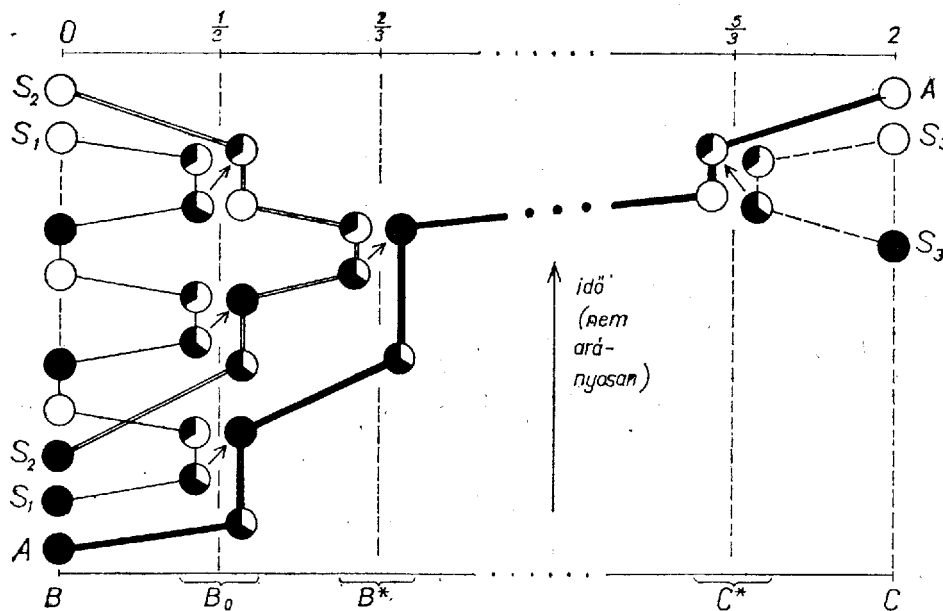


A feladat szövege nem zárja ki azt a lehetőséget, hogy a segédautók (véges sokszor) visszatérjenek állomáshelyükre, benzint vegyenek fel, és újra visszatérjenek A-hoz, vagy a többi, úton levő segédautóhoz. Ezt a lehetőséget ki is fogjuk használni a megoldásban. Válasszuk távolságegységnek azt az utat, amit egy tele tankkal induló autó – további segítség nélkül – meg tud tenni, eszerint a két város távolsága 2 egység. Jelöljük a városokat B -vel és C -vel, továbbá egy adott tervhez jelöljük B^* -gal, illetve C^* -gal a BC útszakasznak azt a B -től, illetve C -től legtávolabbi pontját, ameddig a B -beli, illetve C -beli segédautók a terv szerint eljutnak. Könnyen látható, hogy elegendő csak azokat a terveket vizsgálnunk, amelyek szerint A tankja B^* -ban tele van, és C^* -ban üres.

Ha B -ben csak egy segédautót veszünk igénybe, akkor $BB^* < 1/2$. Valóban, az utolsó fordulóban a segédautónak el kell mennie B^* -ig, itt valamennyi benzint kell adnia A -nak, és még vissza kell tudnia térni B -be. Ez csak úgy lehetséges, ha a BB^* útszakasz kétszerese 1-nél kisebb, vagyis $BB^* < 1/2$. Ugyancsak kisebb $1/2$ -nél a C^*C útszakasz hossza, ha C -ben csak egy segédautót használunk, hiszen a C -beli segédautónak el kell jutnia C^* -ba, itt valamennyi benzint kell adnia A -nak, és ezután vissza kell tudnia térni C -be. Ezek szerint két segédautó nem elég, ha egyiket B -ben, a másikat C -ben használjuk. (Ennek bizonyításához az elmondottakon kívül csak azt kell még megjegyezni, hogy $B^*C^* = 1$.)

Akkor sem elég két segédautó, ha mind a kettőnek B az állomáshelye. Legyen ugyanis B_1 az a pont, ahonnan az A -t B^* -ban feltöltő segédautó tele tankkal elindult, és B_2 az a pont, ahol A feltöltése után, B felé tartva kiürült a tankja. Az előbbieket szerint BB_1 és BB_2 kisebb $1/2$ -nél, és így $BB^* < 1$, tehát két B -beli segédautó valóban nem elég. Hasonlóan látható be, hogy nem elég két C -beli segédautó sem.



Megmutatjuk, hogy három segédautó viszont már elegendő ahhoz, hogy A -t B -ből C -be juttassuk el. Indítsuk el ugyanis A -t B -ből két segédautó kíséretével, és menjenek el együtt B_0 -ig, ahol $BB_0 = 1/3$. Itt az S_1 segédautó töltse tele A tankját és menjen vissza B -be, majd második fordulóban töltse tele ugyancsak B_0 -ban az S_2 segédautó tankját. Induljon tovább B_0 -ból A az S_2 kíséretében, és tegyenek meg együtt ismét $1/3$ egységnyi utat. Ezután töltse tele S_2 az A -t és térjen vissza B_0 -ba. Harmadik fordulóban jöjjön eléje idáig az S_1 segédautó B -ből, így együtt már haza tudnak menni. Tehát a tervünk mellett $BB^* = 2/3$. A B^* pontból A el tud jutni addig a C^* pontig, melyre $C^*C = 1/3$. Jöjjön eléje idáig C -ből a harmadik, S_3 segédautó, innen együtt be tudnak menni C -be. (Az ábra kis körgrafikonjai a tank tartalmát mutatják.)

Reviczky János (Budapest, I. István Gimn.)