A két fiúnak a meginduláskor együtt 20 fehér és 20 fekete golyója van, és a játék során állandóan 20–20 golyójuk marad. Jelöljük ezt a számot – kissé általánosabban – n-nel, és A_{kj}-vel azt az eseményt, hogy a k-adik lépés előtt Péternek j fehér golyója van ($0 \le j \le n$, $k = 1, 2, \ldots$). Ha az A_{kj} esemény bekövetkezik, akkor a k-adik lépés előtt a következő a helyzet:

Péter fehér golyóinak száma: j, fekete golyóié: $n-j$,

Pál fehér golyóinak száma: $n-j$, fekete golyóié: j.

Jelöljük továbbá B_k-val azt az eseményt, hogy a k-adik lépésben Péter fehér golyót ad Pálnak (komplementerét a szokásos módon $\overline{B}_k$-sal jelöljük) és C_k-val azt, hogy ugyanekkor Pál Péternek feketét ad. Feladatunk a B_kC_k esemény valószínűségét kérdezi.

Ha az A_{kj} esemény bekövetkezik, a fiúk a k-adik lépésben egymástól függetlenül és a rendelkezésre álló golyók közül véletlenszerűen választják ki a másiknak átadott golyót, ami egyértelműen meghatározza B_kC_k, $B_k\overline{C}_k$, $\overline{B}_kC_k$, $\overline{B}_k\overline{C}_k$ eseményeknek az A_{kj} eseményre vett feltételes valószínűségét:

$$P(B_kC_k|A_{kj}) = \left(\frac{j}{n}\right)^2, \qquad P(B_k\overline{C}_k|A_{kj}) = \frac{j}{n}\cdot\frac{n-j}{n},$$

$$P(\overline{B}_kC_k|A_{kj}) = \frac{n-j}{n}\cdot\frac{j}{n}, \qquad P(\overline{B}_k\overline{C}_k|A_{kj}) = \left(\frac{n-j}{n}\right)^2.$$

Ha az A_{kj} esemény után a B_k és a C_k események következnek be, akkor Péter fehér golyóinak a száma 1-gyel csökken, ezek az események tehát maguk után vonják az $A_{k+1,j-1}$ eseményt. Hasonlóan kapjuk, hogy $A_{kj}B_k\overline{C}_k$ és $A_{kj}\overline{B}_kC_k$ az $A_{k+1,j}$-t, $A_{kj}\overline{B}_k\overline{C}_k$ pedig az $A_{k+1,j+1}$ eseményt vonja maga után. Így a teljes valószínűség tétele alapján:

$$\begin{aligned}
P(B_{k+1}C_{k+1}|A_{kj}) &= \sum_{\nu=0}^{\infty} P(A_{k+1,\nu}|A_{kj})\cdot P(B_{k+1}C_{k+1}|A_{k+1,\nu}, A_{kj}) = \\
&= P(B_kC_k|A_{kj})\cdot P(B_{k+1}C_{k+1}|A_{k+1,j-1}) + P(B_k\overline{C}_k|A_{kj})\cdot P(B_{k+1}C_{k+1}|A_{k+1,j}) + \\
&+ P(\overline{B}_kC_k|A_{kj})\cdot P(B_{k+1}C_{k+1}|A_{k+1,j}) + P(\overline{B}_k\overline{C}_k|A_{kj})\cdot P(B_{k+1}C_{k+1}|A_{k+1,j+1}) = \\
&= \left(\frac{j}{n}\right)^2\left(\frac{j-1}{n}\right)^2 + 2\,\frac{j(n-j)}{n^2}\left(\frac{j}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-j}{n}\right)^2\left(\frac{j+1}{n}\right)^2 = \\
&= \left(\frac{j}{n}\right)^2\left(1-\frac{4}{n}+\frac{2}{n^2}\right) + \frac{2j}{n^2}\left(1-\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n^2}.
\end{aligned}$$

Itt a végeredményben $\left(\frac{j}{n}\right)^2$ a $P(B_kC_k|A_{kj})$, $\frac{j}{n}$ pedig a $P(B_k|A_{kj})$ feltételes valószínűséggel egyenlő; ha tehát a kapott egyenlőség mindkét oldalát megszorozzuk az A_{kj} esemény valószínűségével, és összegezünk a $j = 0, 1, \ldots, n$ értékekre, azt kapjuk, hogy

$$P(B_{k+1}C_{k+1}) = \left(1-\frac{4}{n}+\frac{2}{n^2}\right)\cdot P(B_kC_k) + \frac{2}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)\cdot P(B_k) + \frac{1}{n^2}.$$

Hasonló módon kapunk rekurziót a $P(B_k)$ valószínűségekre:

$$P(B_{k+1}) = \left(1-\frac{2}{n}\right)\cdot P(B_k) + \frac{1}{n},$$

amiből $P(B_k)$ értéke könnyen előállítható:

$$P(B_k) = \frac{1}{2} + \left(1-\frac{2}{n}\right)^{k-1}\left(P(B_1)-\frac{1}{2}\right).$$

Helyettesítsük ezt a $P(B_kC_k)$ valószínűségek fenti rekurziójába, némi számolással kapjuk, hogy

$$\begin{aligned}
P(B_kC_k) = \left(1-\frac{4}{n}+\frac{2}{n^2}\right)^{k-1}\left[\left(P(B_1C_1)-\frac{n}{4n-2}\right)-\left(P(B_1)-\frac{1}{2}\right)\right] + \\
+\left(1-\frac{2}{n}\right)^{k-1}\left(P(B_1)-\frac{1}{2}\right)+\frac{n}{4n-2}.
\end{aligned}$$

Feladatunk szerint $n = 20$, $P(B_1) = 0{,}6$, $P(B_1C_1) = 0{,}36$, ezeket behelyettesítve kapjuk a keresett valószínűségeket.