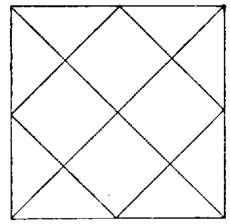

I. megoldás. Bármerre indul is a sétáló a középpontból, az első útkereszteződésnél $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$ valószínűséggel választhat a következő esetek között:

– változatlan irányban folytatja útját, eljut a park sarkába és ott megáll;
– balra fordul és a park szélére érve megáll;
– jobbra fordul és a park szélére érve megáll;
– visszafordul a park közepére ér és újabb irányt választva folytatja útját.

Jelöljük az első eseményt S_1-gyel, a következő kettőt együtt F_1-gyel, az utolsót V_1 gyel, ezek valószínűsége

$$P(S_1)=\frac{1}{4},\qquad P(F_1)=\frac{1}{2},\qquad P(V_1)=\frac{1}{4}.$$

Az S_1, F_1 események után a folyamat megáll, a V_1 esemény után folytatódik, és megismétlődik a fenti választás ugyanezekkel a valószínűségekkel. Jelöljük ezeket az eseményeket S_2, F_2, V_2-vel, akkor

$$P(S_2)=\frac{1}{4},\qquad P(F_2)=\frac{1}{2},\qquad P(V_2)=\frac{1}{4}.$$

Ezekre az eseményekre azonban csak akkor kerül sor, ha V_1 bekövetkezett, így másodszorra akkor jut a park sarkába a sétáló, ha a V_1 és S_2 események együttesen következnek be. Feladatunk szerint ez a két esemény független, így együttes bekövetkezésük valószínűsége

$$P(V_1S_2)=P(V_1)\cdot P(S_2)=\left(\frac{1}{4}\right)^2.$$

Útját akkor folytatja a sétáló, ha a V_1V_2 esemény következik be, ennek valószínűsége hasonlóan $(1/4)^2$.

Általában akkor indul n-edszer is el a sétáló a park közepéről, ha a $V_1V_2\dots V_{n-1}$ esemény következett be, ennek valószínűsége az egyes események függetlensége miatt

$$P(V_1V_2\cdot\ldots\cdot V_{n-1})=P(V_1)\cdot P(V_2)\cdot\ldots\cdot P(V_{n-1})=(1/4)^{n-1}.$$

Az n-edik elkezdés után az S_n, F_n, V_n események következhetnek be, ezek valószínűsége

$$P(S_n)=\frac{1}{4},\qquad P(F_n)=\frac{1}{2},\qquad P(V_n)=\frac{1}{4}.$$

A sétáló az n-edik útkezdés után akkor jut a park sarkába, ha a $V_1V_2\cdot\ldots\cdot V_{n-1}S_n$, esemény következik be, jelöljük ezt az eseményt A_n-nel. A_n valószínűsége ezeknek az eseményeknek a függetlensége miatt

$$P(A_n)=P(V_1V_2\cdot\ldots\cdot V_{n-1}S_n)=P(V_1V_2\cdot\ldots\cdot V_{n-1})\cdot P(S_n)=(1/4)^n.$$

Az az A esemény, hogy a sétáló eljut a park sarkába, az egymást páronként kizáró $A_1,A_2,\dots,A_n$, események összege, így A valószínűsége ezen események valószínűségének az összege:

$$P(A)=\sum_{n-1}^{\infty}P(A_n)=\sum_{n-1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=\frac{1/4}{1-(1/4)}=\frac{1}{3}.$$

Tehát 1/3 annak a valószínűsége, hogy a sétáló a park valamelyik sarkába jut.

Pressing Lajos (Veszprém, Lovassy L. Gimn.)

II. megoldás. Megoldásunkban felhasználjuk a feltételes valószínűség fogalmát és a rá vonatkozó összefüggéseket.[1] Tovább használjuk az I. megoldásban bevezetett jelöléseket. A teljes valószínűség tétele szerint

$$P(A)=P(S_1)\cdot P(A/S_1)+P(F_1)\cdot P(A/F_1)+P(V_1)\cdot P(A/V_1).$$

A $P(A/S_1)$ feltételes valószínűség 1, hiszen S_1, maga után vonja A-t. $P(A/F_1)=0$, mert A és F_1 egymást kizáró események. Feladatunk szerint $P(A/V_1)=P(A)$, hiszen a V_1, esemény bekövetkezése esetén a sétáló ismét a park közepéről indul, és hogy ezután eljut a park sarkába, annak most is ugyanaz a valószínűsége, mint az első induláskor. Ezek alapján

$$P(A)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot P(A),$$

ahonnan ismét $P(A)=1/3$.

Komornik Vilmos (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn.)

[1] Megtalálhatók pl.: *Éltető Ödön–L. Ziermann Margit:* Matematikai statisztika (Középiskolai Szakköri Füzet). Tankönyvkiadó, Budapest, 1961, 19. o.