Jegyezzük meg, hogy ha egy sorozatban k elem periodikusan ismétlődik, akkor a sorozat bármelyik eleméből indulva az innen számított k elem periodikusan ismétlődik a továbbiakban.

Jelöljük az A-t és B-t származtató sorozatot A_0-lal, ill. B_0-lal.

A_0 n-elemű szelete pontosan $n-1$ szomszédos 0 számjegyet tartalmaz. Feltéve, hogy az A sorozat periodikus valahonnan kezdve, valamely k hosszúságú periódussal, tekintsük A_0-nak valamely, a k-nál nagyobb elemszámú olyan szeletét, mely A-nak már a periodikus részében van. Ebben a szeletben legalább k darab szomszédos 0 elem van, ezért a periódus csak csupa 0-ból állhatna, tehát A is valahonnan kezdve csupa 0-ból állna. Viszont A képzési szabálya szerint benne végtelen sok 1-es lép föl. Ellentmondásra jutottunk, tehát A nem periodikus sorozat.

A B sorozatra lényegében ugyanez az okoskodás alkalmazható. Tegyük fel, hogy B-nek van egy k hosszúságú periódusa. Tekintsük B_0-nak valamely, a k-nál több elemű olyan szeletét, amely már B periodikus részében van. Egy ilyen szelet első k eleme az 1, 2, 3 elemek ciklikus ismétlésével áll elő, ezért ha B periodikus volna, a periódusa is ilyen tulajdonságú lenne. B_0 szeletei a képzési szabály szerint rendre 1,2; 3,1; 2,3 végződésűek, így a szeletvég-szeletkezdet határokon rendre a 2, 1, az 1, 1 és a 3, 1 elempárok fogják egymást ciklikusan váltogatni. Viszont ha k osztható 3-mal, akkor az első két elempár nem léphet fel a periodikus részben, de ha k nem osztható 3-mal, akkor is csak vagy az egyik vagy a másik, így B sem lehet periodikus.

Nyilvánvaló, hogy a B sorozatnak megvannak az alábbi tulajdonságai:

a) 1-es elemét nem követi 3-as elem,

b) 3-at nem követi 2,

c) nincs benne 4,

d) nincs benne két szomszédos 2-es,

e) nincs benne két szomszédos 3-as.

Tegyük fel, hogy C periodikus valamely k hosszúságú periódussal. Képzeljük el A-t, B-t és C-t egymás alá leírva, így az azonos sorszámú elemek egymás alá kerülnek, éppen úgy, ahogy ez C származtatásához szükséges. Tekintsük C-nek egy olyan, k hosszúságú részét, mely már a periodikus részében van, és amely fölött A-ban csupa 0 van. (Ez megtehető, elég A_0 egy a k-nál nagyobb elemszámú szeletének alkalmas részét kiválasztani.) A kiválasztott rész B-ben ugyanaz, mint C-ben, ezért ha C periodikus, akkor periodikus részében szintén megtalálhatók az *a)*–*e)* tulajdonságok.

Vizsgáljuk meg, hogyan viselkedik C az A-beli 1-es jegyek alatt (mint már mondtuk, ebből végtelen sok van). Két esetet különböztetünk meg: **1.** Az A-beli 1-es egy B_0-beli szeletnek nem az utolsó eleme fölé kerül; **2.** Az A-beli 1-es egy B_0-beli szelet utolsó eleme fölé kerül.

Az első esetben a B-beli 1, 2 elempárból C-ben a 2, 2, ill. az 1, 3 elempár adódik, ellentmondva *d)*-nek, ill. *a)*-nak; a 2, 3 elempárból 3, 3, ill. 2, 4; a 3, 1 elempárból 4, 1, ill. 3, 2, ellentmondva rendre az *e)*, *c)*, *c)*, *b)* tulajdonságnak.

A második esetben a szelethatáron – amit fölemelt vesszővel fogunk jelölni – B-ben az 1, $2'$ 1, a 3, $1'$ 1 és a 2, $3'$ 1 elemhármasok lehetségesek. Ezekből C-ben rendre a következő elemhármasok képződnek:

1, $3'$ 1, ellentmondva *a)*-nak;

3, $2'$ 1, ellentmondva *b)*-nek;

2, $4'$ 1, ellentmondva *c)*-nek.

Ezek szerint C sem periodikus sorozat.

Füredi Zoltán, Vajnági András, Várady Tamás

Jutalmul 50 Ft-os könyvutalványt kapott *Lempert László, Göndőcs Ferenc.*