

**Megoldás a feladat b) részéhez**<sup>1</sup>. A rácspontok bejárásához használt útvonalat a  $P_k$  pontokkal egymáshoz hasonló darabokra vágtuk, így elég ezek egyikét, mondjuk a  $P_k P_{k+1}$  töröttvonalat vizsgálunk. A  $P_k$  ponthoz az

$$N(k) = (2k - 1)^2 + 1$$

számot rendeltük, így az  $N$ -nel jelzett pont akkor lesz ezen az útszakaszon, ha

$$(2k - 1)^2 + 1 \leq N \leq (2k + 1)^2 + 1,$$

azaz

$$(1) \quad \frac{\sqrt{N-1}-1}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{N-1}+1}{2}.$$

A  $P_k P_{k+1}$  útvonal origótól legtávolabbi pontja maga a  $P_{k+1}$  végpont, melynek origótól mért távolsága (1) alapján

$$D_k = (k+1)\sqrt{2} \leq \frac{\sqrt{N-1}+3}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{N-1}+3}{\sqrt{2}}.$$

Az útvonal origóhoz legközelebbi pontjának abszcisszája  $(-k+1)$ , ordinátája vagy  $+1$  vagy  $-1$ , így az útvonal minden pontjának az origótól mért távolsága legalább  $(k-1)$ :

$$d_k = \sqrt{(k-1)^2 + 1} > k-1 \geq \frac{\sqrt{N-1}-3}{2}.$$

Az  $N$  természetes számmal jelzett pont origótól mért  $d(N)$  távolsága tehát a

$$\frac{\sqrt{N-1}-3}{2} \leq d(N) \leq \frac{\sqrt{N-1}+3}{\sqrt{2}}$$

korlátok közé esik.

---

<sup>1</sup>Az *a)* rész megoldását lásd a K. M. L. 38 (1969) 218–219. o., – annak eredményeit és jelöléseit itt megismétlésük nélkül használjuk fel, javasoljuk tehát, hogy az érdeklődők előbb olvassák el a mondott megoldást