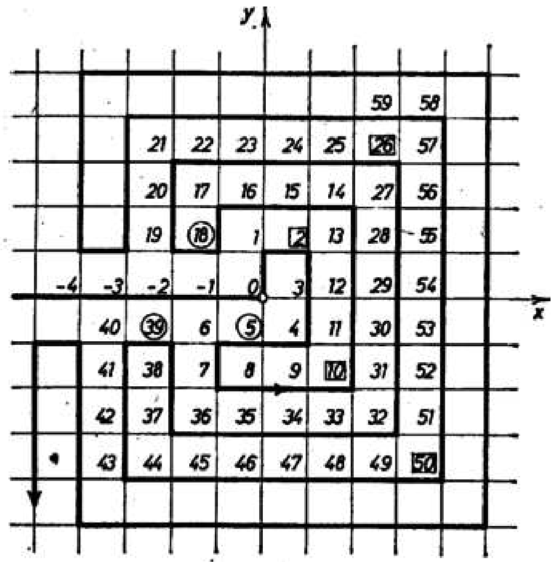
a feladat a) részére. Tájékozódásul beírjuk az útvonal első 59 rácspontjához tartozó lépésszámokat a koordinátarendszerbe[1] (1. ábra).

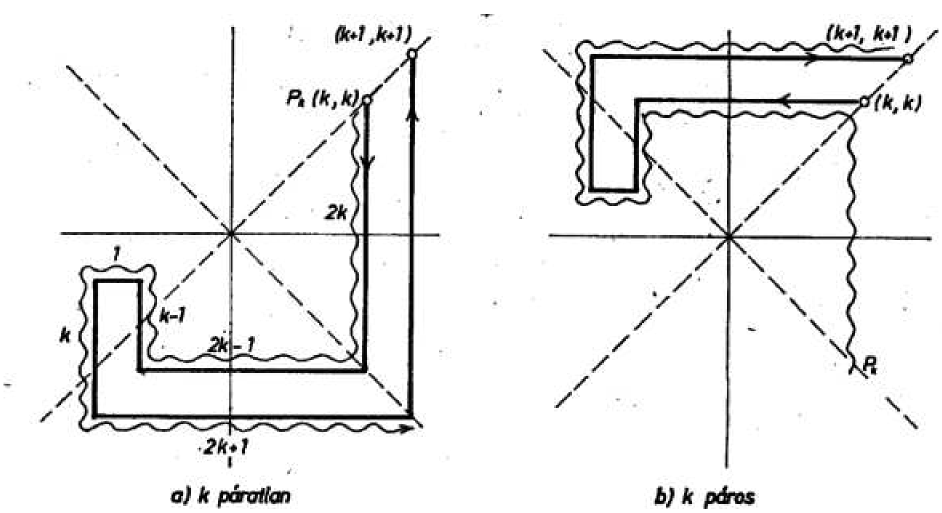


1. ábra

A $(k,\, k)$ rácspontokhoz rendelt számok k első 5 értékére:

(1) $$2,\ 14,\ 26,\ 58,\ 82,\ \ldots$$

Ezekbe a pontokba a bolyongás során nem azonos irányból érkezünk meg: a 2., 26., 82., ... pontba balról futunk be, a 14., 58., ... pontba pedig alulról. Ennek megfelelően a $(k\, k)$ pontból a $(k+1,\, k+1)$ pontig futó útvonalrész is kétféle aszerint, hogy k páratlan-e vagy páros (2. ábra). Az első esetben lefelé indulunk, a másodikban balra.



2. ábra

A kétféle útvonalrész jobban hasonlítana egymáshoz, ha az első útvonalrész utolsó szakaszát elhagynánk, a másodikat pedig kiegészítenénk egy megfelelő kezdő útszakasszal; a módosított útvonalrészt az ábra hullámos vonallal mutatja. Így a $(k,\, k)$ pontot a $(k, -k)$ ponttal helyettesítjük, ha k páros, jelöljük ezt a pontot P_k-val; ha pedig k páratlan, P_k jelölje az eredeti $(k,\, k)$ pontot. Így a P_k pontok $N(k)$ sorszámai k első 5 értékére:

(2) $$2,\ 10,\ 26,\ 50,\ 82,\ \ldots$$

A P_k pontból indulva ($k > 1$ esetén) először annak a Q_k négyzetnek a kerületén haladunk, melynek P_k az egyik csúcsa és középpontja az origó. Függőlegesen $2k$ lépést, majd vízszintesen 1-gyel kevesebbet, $2k-1$ lépést teszünk meg, és áttérünk a P_{k-1}-re támaszkodó Q_{k-1} négyzetre, $k-1$ lépés után az x tengely mellé érünk, visszatérünk Q_k peremére 1

[1] A kitűzés eredeti ábráján a számok csak 7-ig voltak beírva. (Szerk.)

lépéssel, azon függőlegesen haladva k lépéssel elérjük Q_{k+1} peremét és ennek vízszintes szakaszán fejezzük be utunkat, $2k+1$ lépéssel elérjük P_{k+1}-et. A P_k-ból P_{k+1}-be vezető útvonalrész tehát

$$2k+(2k-1)+(k-1)+1+k+(2k+1)=8k$$

lépésből áll, azaz

$$N(k+1)-N(k)=8k. \tag{3}$$

Közvetlenül leszámolhatjuk, hogy az eredmény $k=1$ esetén is érvényes.

Mármost a (3) egyenletet $k=1,\, 2,\, \ldots,\, l-1$ esetére felírva és összeadva kapjuk, hogy

$$N(l)-N(1)=8\cdot 1+8\cdot 2+\ldots+8(l-1)=4l^2-4l,$$

$$N(l)=4l^2-4l+2, \tag{4}$$

hiszen $N(1)=2$.

Ha l páratlan, akkor P_l az $(l,\, l)$ ponttal azonos; tehát (4) megadja a keresett sorszámot. Ha l páros, az $(l,\, l)$ pontot csak P_l, után $2l$ lépéssel érjük el, így végül az $(l,\, l)$ pont $M(l)$ sorszáma:

$$M(l)=\begin{cases} N(l)=4l^2-4l+2, & \text{ha } l \text{ páratlan,}\\ N(l)+2l=4l^2-2l+2, & \text{ha } l \text{ páros.}\end{cases} \tag{5}$$

Megoldotta a feladat *a)* részét: Beek József, Horváth László, Reviczky János.

A feladat *b)* részére nem érkezett megoldás, így annak megoldását e szám feladataival együtt elfogadjuk.