Vegyünk fel n pontot a komplex számsík egységkörén, jelölje ezeket $z_1, \dots, z_n$ (tehát $|z_i| = 1$, ha $1 \leq i \leq n$), és készitsük el ezek segítségével a $p(x) = (z - z_1) \dots (z - z_n)$ polinomot. Az egységkör bármely z pontjának az adott pontoktól vett távolságainak szorzata:

$$|z - z_1| \dots |z - z_n| = |(z - z_1) \dots (z - z_n)| = |p(z)|.$$

Ezért a feladatot általánosítja az alábbi

Állítás: $\max |p(z)| \geq 2$ mindig fennáll, és az egyenlőség pontosan akkor érvényes, ha a $z_1, \dots, z_n$ pontok egy szabályos n-szöget alkotnak.

Bizonyítás: Mindenekelőtt jegyezzük meg, hogy az állításban szereplő maximum létezik, hiszen a $\{|p(z)| : |z| = 1\} \subseteq \mathbf{R}$ értékkészlet a $[0, 2\pi]$ intervallum folytonos képe.

A $z_1, \dots, z_n$ számokat az egységkörön egy alkalmas szöggel elforgatva elérhető, hogy p konstans tagja 1 legyen. Ez az elforgatás az állításban szereplő maximum értékét nem befolyásolja, és az elforgatott számok pontosan akkor alkotnak szabályos n-szöget, amikor az eredeti számok. Feltehetjük tehát, hogy p alakja $p(z) = z^n + q(z) + 1$, ahol q egy olyan legfeljebb $(n-1)$-edfokú polinom, amelynek konstans tagja 0.

Ha q az azonosan 0 polinom, akkor világos, hogy $z_1, \dots, z_n$ számok (a p gyökei) egy szabályos n-szöget alkotnak, és a háromszög-egyenlőtlenség segítségével az is látszik, hogy a maximum 2. Tegyük fel, hogy q nem az azonosan 0 polinom; megmutatjuk, hogy ebben az esetben a maximum nagyobb, mint 2. Jelölje e az első n-edik egységgyököt, ekkor könnyen adódik, hogy

$$q(1) + q(e) + \dots + q(e^{n-1}) = 0. \tag{1}$$

Mivel q-nak legfeljebb $n - 1$ gyöke lehet, azért van olyan $0 \leq k \leq n - 1$, hogy $q(e^k) \neq 0$. Az *ilyen* k-k között kell lenni olyannak is, amelyre $q(e^k)$ valós része nemnegatív, mert különben az 1) összeg valós része negatív lenne. Ha most $0 \leq k \leq n - 1$ olyan, hogy $q(e^k) \neq 0$ és $\mathrm{Re}\ q(e^k) \geq 0$, akkor $p(e^k) = p(e^k)^n + q(e^k) + 1 = 2 + q(e^k)$ alapján a $p(e^k)$ pont a $\mathrm{Re}\ z \geq 2$ félsíknak a 2-től különböző pontja, vagyis távolsága az origótól nagyobb, mint 2. Mivel a kérdéses maximum nem kisebb ennél a távolságnál, állításunkat beláttuk.