

Foglalkozunk csak a $k, n > 1$ esettel. ($k = 1$ vagy $n = 1$ esetén a feladat értelmetlen.) Számozzuk a tábla sorait 0-tól $(k - 1)$ -ig, oszlopait 0-tól $(n - 1)$ -ig úgy, hogy a bal felső sarok legyen a $(0, 0)$ mező. Tegyük fel továbbá, hogy a futó innen indul, tehát ez a mező világos színű. Nem nehéz észrevenni, hogy x lépés után a futó helyzete csak az x -nek $(2k - 2)$ -vel és $(2n - 2)$ -vel való osztási maradékától függ. Pontosabban, ha $x \equiv \pm p \pmod{2n - 2}$, ahol $p = 0, 1, 2, \dots, n - 1$, akkor a futó a $|p|$. oszlopban van, és jobbra vagy balra tart aszerint, hogy a p -nek pozitív vagy negatív előjelet adtunk (azzal a megállapodással, hogy a 0-hoz pozitív, az $(n - 1)$ -hez negatív előjelet társítunk; ezekben az esetekben ugyanis mindkét előjel ugyanazt a maradékosztályt határozza meg). Hasonlóan, ha $x \equiv \pm q \pmod{2k - 2}$, ahol $q = 1, 2, \dots, k - 1$, akkor a futó a $|q|$. sorban van, és lefelé vagy felfelé tart aszerint, hogy a q -nek milyen előjelet adtunk (a 0-hoz pozitív, a $(k - 1)$ -hez negatív előjelet társítva). A (p, q) mező pontosan akkor világos, ha $p - q$ páros. Így a futó akkor és csak akkor járja be az összes világos mezőt, ha az $u(2n - 2) \pm p = v(2k - 2) \pm q$ egyenletnek minden szóba jövő (p, q) párra van egészekből álló (u, v) megoldása. (Megoldáson azt értjük, hogy a bal és a jobb oldalon az előjeleket alkalmasan választva fennáll az egyenlőség.) Mivel $\pm p \pm q$ páros, azért az egyenletet, továbbra is az egészek között maradva, ilyen alakba írhatjuk: $\frac{\pm p \pm q}{2} = v(k - 1) - u(n - 1)$. Ha $k - 1$ és $n - 1$ relatív prímekek, akkor az egyenlet persze mindig megoldható, függetlenül az előjelek választásától. Ha azonban p -t 2-nek, q -t 0-nak választjuk, akkor az is látható, hogy ez a feltétel valójában szükséges is a megoldás létezéséhez.

Tehát a futó pontosan akkor járja be az összes világos színű mezőt a táblán, ha $(n - 1, k - 1) = 1$.

Szeidl Ádám (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.) és
Braun Gábor (Bp., Szent István Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján