

Felhasználjuk, hogy tetszőleges P pont esetén $ax + by + cz = 2t$ (t az ABC háromszög területe).

Írjuk fel a súlyozott számtani és harmonikus közép közötti egyenlőtlenséget az $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ számokra az a, b, c súlyokkal:

$$\frac{a \cdot \frac{1}{x} + b \cdot \frac{1}{y} + c \cdot \frac{1}{z}}{a + b + c} \geq \frac{a + b + c}{ax + by + cz},$$

azaz

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} \geq \frac{(a + b + c)^2}{2t},$$

és egyenlőség pontosan akkor áll fenn, ha $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$, vagyis $x = y = z$.

Az $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$ összeg tehát pontosan akkor minimális, ha $x = y = z$, azaz P a beírt kör középpontja.