Tekintsük az összeget általánosan $\frac{1}{a_m}$-ig. Definíció szerint $a_n = k$ lesz, ha $k - \frac{1}{2} < \sqrt{n} < k + \frac{1}{2}$ (egyenlőség ugyanis nem állhat fenn), azaz ha

$$\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 < n < \left(k + \frac{1}{2}\right)^2,$$
$$k^2 - k + \frac{1}{4} < n < k^2 + k + \frac{1}{4},$$

ami n egész volta miatt azzal ekvivalens, hogy

$$k^2 - k + 1 \le n \le k^2 + k. \tag{1}$$

Tehát $(k^2 + k) - (k^2 - k) = 2k$ darab olyan n van, amire $a_n = k$. Ezek alapján a sorozat így néz ki (minden k számból egymás után $2k$ darab van):

$$1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, \ldots$$

A reciprokok összege pedig:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{a_{m-1}} + \underbrace{\frac{1}{a_m} + \cdots + \frac{1}{a_m}}_{r \text{ darab}} =$$
$$= 2 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{3} + \cdots + r\frac{1}{a_m} = 2 + 2 + \cdots + 2 + \cdots + r\frac{1}{a_m},$$

ahol $0 \le r < 2a_m$.
Jelöljük p-vel azt az utolsó k értéket, amiből megvan mind a $2k$ darab szám. Ekor $a_m = p + 1$, vagyis (1) szerint

$$(p+1)^2 - (p+1) + 1 \le m \le (p+1)^2 + (p+1),$$
$$p^2 + p + 1 \le m < (p+1)^2 + (p+1) + 1.$$

Ebből látható, hogy az

$$x^2 + x + 1 = m$$

egyenletnek van egy x_0 gyöke a $[p, p+1)$ intervallumban.

$$x_{0,1} = \frac{-1 \pm \sqrt{4m-3}}{2}.$$

Mivel $x_0 > 0$, így

$$x_0 = \frac{-1 + \sqrt{4m-3}}{2},$$

és $p \le x_0 < p + 1$ miatt

$$p = [x_0] = \left[\frac{-1 + \sqrt{4m-3}}{2}\right].$$

A reciprokok összege ekkor a következőképpen írható föl:

$$\underbrace{2 + 2 + \cdots + 2}_{p \text{ darab}} + \underbrace{\frac{1}{p+1} + \cdots + \frac{1}{p+1}}_{m-2(1+2+\cdots+p)=m-p(p+1) \text{ darab}} = 2p + \frac{m}{p+1} - \frac{p(p+1)}{p+1} =$$
$$= p + \frac{m}{p+1} = \left[\frac{-1 + \sqrt{4m-3}}{2}\right] + \frac{m}{\left[\frac{-1+\sqrt{4m-3}}{2}\right] + 1}.$$

Az $m = 1994$ esetben az összegre $\frac{3974}{45}$ adódik.

Pap Gyula (Debrecen, Fazekas M. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján